

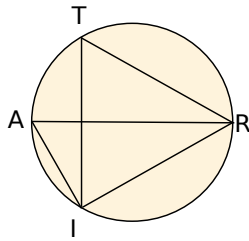
## Angles inscrits

### 1 Quelle nature ?

On a  $\widehat{ITR} = 50^\circ$  et  $\widehat{ARI} = 40^\circ$ .

a. Quelle est la nature du triangle AIR ? Justifie ta réponse.

b. Que dire du segment [AR] pour le cercle ?



### 2 Avec un diamètre

P et Q sont deux points d'un cercle de centre I et de diamètre [AB] tels que  $\widehat{AQP} = 35^\circ$ . On donne  $AB = 5$  cm.

a. Fais une figure.

b. Détermine la mesure de l'angle  $\widehat{ABP}$ . Justifie.

c. Quelle est la nature du triangle APB ?

d. Calcule la longueur du segment [AP] arrondie au millimètre.

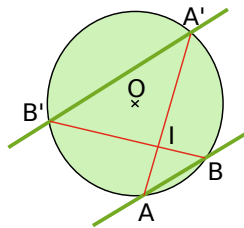
e. Détermine la mesure de l'angle  $\widehat{PIB}$ . Justifie.

### 3 Cercle et parallèles

Deux droites parallèles coupent un cercle de centre O respectivement en A et B et en A' et B'. On appelle I le point d'intersection des droites (AA') et (BB').

a. À l'aide de considérations sur les angles, démontre que le triangle ABI est isocèle.

b. Démontre que la droite (IO) est perpendiculaire à la droite (AB).



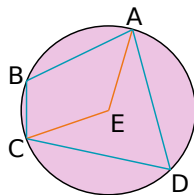
### 4 En face

Les points A, B, C et D sont disposés sur un cercle de centre E comme l'indique la figure ci-contre.

a. Démontre que :  $\widehat{ABC} = 180^\circ - \frac{\widehat{AEC}}{2}$ .

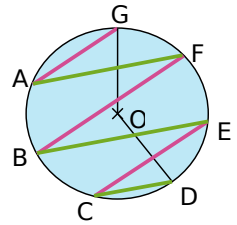
b. Que peut-on dire alors des angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{ADC}$  ?

c. Quelle propriété possèdent quatre points cocycliques ?



### 5 Cercle et parallèles (bis)

Les points A, B, C, D, E, F et G sont des points d'un cercle de centre O tels que les droites (AG), (BF) et (CE) sont parallèles entre elles et les droites (AF), (BE) et (CD) sont parallèles entre elles.



a. Sachant que  $\widehat{GAF} = 25^\circ$ , détermine la mesure de l'angle  $\widehat{GOD}$ .

b. Exprime, en général, la mesure de l'angle  $\widehat{GOD}$  en fonction de celle de l'angle  $\widehat{GAF}$ .

### 6 Avec deux cercles

( $\mathcal{C}$ ) et ( $\mathcal{C}'$ ) sont deux cercles de centre O et O', sécants en A et B. D est un point du cercle ( $\mathcal{C}$ ) distinct de A et B. La droite (DB) recoupe le cercle ( $\mathcal{C}'$ ) en E.

a. Fais une figure, éventuellement avec un logiciel de géométrie dynamique.

b. Démontre que (OO') est la médiatrice du segment [AB]. Dédus-en que  $\widehat{AOO'} = \widehat{BOO'}$ .

c. Démontre que  $\widehat{ADE} = \widehat{AOO'}$ .

d. De même, montre que  $\widehat{DEA} = \widehat{AO'O}$ .

e. Dédus-en que  $\widehat{DAE} = \widehat{OAO'}$  ?

f. Que peux-tu dire du triangle DAE dans le cas particulier où le point O est sur le cercle ( $\mathcal{C}'$ ) et le point O' est sur le cercle ( $\mathcal{C}$ ) ? Justifie ta réponse.

### 7 Symétriques de l'orthocentre

Soit TRI un triangle et ( $\mathcal{C}$ ) son cercle circonscrit. On appelle J le point d'intersection de la hauteur issue de I et de (TR) et S le point d'intersection de la hauteur issue de R et de (TI). Soit H l'orthocentre du triangle TRI. La droite (RH) recoupe le cercle ( $\mathcal{C}$ ) en A.

a. Fais une figure, éventuellement avec un logiciel de géométrie dynamique.

b. Que peux-tu dire des angles  $\widehat{TRA}$  et  $\widehat{TIA}$  ?

c. En comparant les angles des triangles TRS et TIJ, démontre que  $\widehat{TIJ} = \widehat{TRS}$ .

d. Dédus-en que A est le symétrique de H par rapport à la droite (TI).

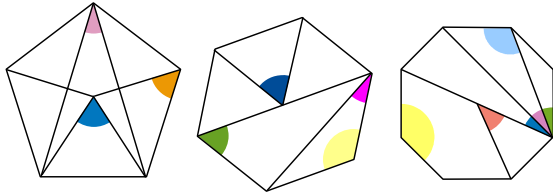
e. En procédant de la même façon, que peut-on démontrer concernant les trois symétriques de l'orthocentre par rapport à chacun des côtés du triangle ?



## Polygones réguliers

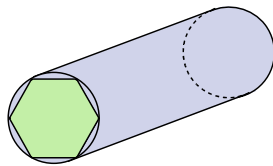
### 8 Ils nous en font voir de toutes les couleurs

Les figures ci-dessous sont un pentagone, un hexagone et un octogone réguliers. Dans chaque cas, donne les mesures des angles en couleurs.



### 9 Usinage

On souhaite obtenir une pièce métallique ayant la forme d'un prisme droit dont la base est un hexagone régulier.



On dispose d'un cylindre de métal dont la section est un disque de 5 cm de diamètre. On appelle ABCDEF l'hexagone régulier inscrit dans ce disque et O son centre.

- Représente le disque de base et l'hexagone ABCDEF en vraie grandeur.
- Quelle est la nature du triangle ABO ? Calcule l'aire de ce triangle arrondi au  $\text{cm}^2$ . (Tu pourras appeler H le pied de la hauteur issue de O.) Déduis-en la valeur de l'aire de l'hexagone ABCDEF arrondi au  $\text{cm}^2$ .
- La hauteur du cylindre est de 20 cm. Calcule le volume du cylindre, puis le volume de la pièce dont la base est l'hexagone ABCDEF, arrondis au  $\text{cm}^3$ . Quel pourcentage de métal, arrondi au dixième, est perdu lors de l'usinage ?

### 10 Aire d'un octogone

Un octogone régulier ABCDEFGH inscrit dans un cercle de centre O a pour périmètre 24 cm. On appelle P le pied de la hauteur issue de O dans le triangle AOB.

- En considérant le triangle AOB, détermine la mesure exacte des angles  $\widehat{AOP}$  et  $\widehat{OAP}$ . Quelles sont les mesures des angles de l'octogone ABCDEFGH ?
- Prouve que la longueur OP exprimée en cm vaut  $\frac{1,5}{\tan 22,5^\circ}$ .
- Calcule la valeur exacte de l'aire de l'octogone ABCDEFGH puis arrondis au  $\text{cm}^2$ .

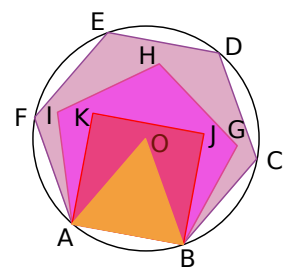
### 11 Pavages du plan

On dit qu'un polygone permet de constituer un pavage du plan si on peut couvrir le plan complètement à l'aide de copies de ce polygone sans qu'il n'y ait de trou et sans que ces polygones ne se chevauchent.

- Un carré permet-il de réaliser un pavage du plan ? Et un triangle équilatéral ?
- On considère un hexagone régulier.
  - Combien mesurent les angles d'un hexagone régulier ?
  - Réalise un schéma qui montre qu'il est possible de paver le plan à l'aide d'hexagones réguliers identiques.
  - Combien faudra-t-il en disposer autour d'un sommet du pavage ?
- Explique alors pourquoi il n'est pas possible de constituer un pavage du plan à l'aide de pentagones réguliers.
- On considère un polygone régulier à  $n$  côtés.
  - Montre que la mesure en degrés de ses angles est  $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ .
  - Quelle condition la mesure des angles d'un polygone régulier doit-elle vérifier pour que l'on puisse réaliser un pavage du plan à l'aide de ce polygone ?
  - Avec quels polygones réguliers est-il possible de paver le plan ?

### 12 Tous ensemble

Dans la figure ci-contre, ABCDEF est un hexagone régulier, ABGHI est un pentagone régulier, ABJK est un carré et ABO un triangle équilatéral.



- De quel polygone O est-il le centre ?
- Calcule la mesure des angles  $\widehat{OBJ}$ ,  $\widehat{JBG}$  et  $\widehat{GBC}$ .
- Réalise la figure avec  $AB = 6$  cm.
- Calcule les valeurs exactes des aires du triangle équilatéral, du carré et de l'hexagone.
- Calcule les pourcentages de remplissage arrondis au dixième :
  - du carré dans l'hexagone ;
  - du triangle équilatéral dans le carré.