

Calculs de volumes

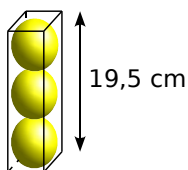
1 Ça déborde ?

Un verre, représenté par un cylindre de révolution de hauteur 10 cm et de rayon 4 cm, est rempli d'eau aux trois-quarts.

- Exprime le volume d'eau en fonction de π .
- On fait tomber par mégarde dans ce verre une bille de verre assimilée à une boule de rayon 3 cm.
Montre que le volume de la bille, en cm^3 , est 36π .
- L'eau dans le verre va-t-elle déborder ? Si non, donne la hauteur atteinte par l'eau contenant la bille.

2 Tennis

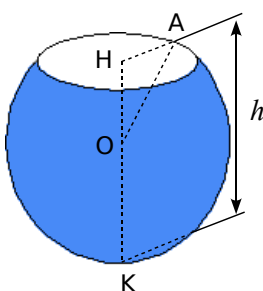
- Une boîte de forme parallélépipédique contient trois balles de tennis comme indiqué dans la figure ci-contre.
Calcule le pourcentage, arrondi à l'unité, du volume de la boîte occupé par les balles.



3 Extrait du Brevet

Une calotte sphérique est un solide obtenu en sectionnant une sphère par un plan.

Un doseur de lessive, représenté ci-contre, a la forme d'une calotte sphérique de centre O et de rayon $OA = 4,5$ cm. L'ouverture de ce récipient est délimitée par le cercle de centre H et de rayon $HA = 2,7$ cm. La hauteur totale de ce doseur est HK.



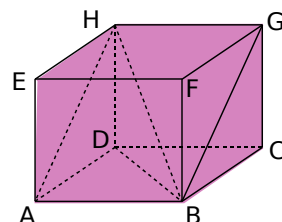
- Dessiner en vraie grandeur le triangle AHO.
- Calculer OH en justifiant puis en déduire que la hauteur totale [HK] du doseur mesure exactement 8,1 cm.
- Le volume V d'une calotte sphérique de rayon R et de hauteur h est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3}\pi h^2(3R - h).$$

Calculer, en fonction de π , le volume exact du doseur en cm^3 . En déduire la capacité totale arrondie au millilitre du doseur.

4 Un peu de tout

ABCDEFGH est un pavé droit dont les dimensions sont :
 $AB = 7,5$ cm,
 $BC = 6$ cm,
 $AE = 8$ cm.



- Montre que $HA = 10$ cm.
- Justifie que ABGH est un rectangle puis fais-en une représentation en vraie grandeur.
- Calcule la valeur exacte de HB. Déduis-en la mesure arrondie au degré de l'angle AHB.
- Calcule le volume de la pyramide HABD.
- Soit I le point de [HD] tel que $HI = 2$ cm. Le plan parallèle à la face ABCD et passant par le point I coupe [HA] en J et [HB] en K. La pyramide HIJK est une réduction de la pyramide HABD. Détermine le rapport de cette réduction.
- Déduis-en l'aire du triangle IJK et le volume de la pyramide HIJK.

5 Mmm...

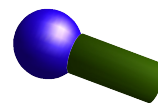


Un cornet de glace est formé par un cône de révolution de hauteur 10 cm et une demi-boule de glace de rayon 3 cm.

Calcule la quantité de glace, en cL, nécessaire pour confectionner ce cornet (le cône étant rempli complètement de glace).

Sections

6 Quille



On veut construire une quille formée d'un cylindre de révolution surmonté d'une calotte sphérique. On dispose d'un cylindre de 8 cm de diamètre et de hauteur 18 cm et d'une boule de 10 cm de diamètre. À quelle distance de son centre faut-il couper la boule pour pouvoir l'assembler exactement avec le cylindre ?

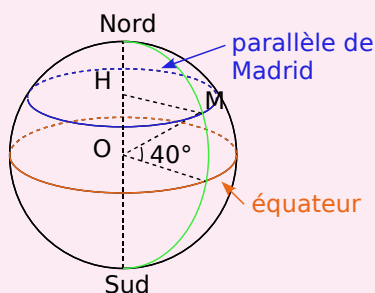
7 Section d'un cylindre

Un cylindre de révolution a pour hauteur 5 m. On le coupe par un plan parallèle à son axe situé à 4 m de celui-ci. La section est un rectangle dont les dimensions sont 5 m et 24 m. Calcule la longueur exacte du rayon du cylindre et donne son arrondi au centimètre.

8 Repérage sur la sphère terrestre

a. On assimile la Terre à une boule de centre O et de rayon 6 378 km.

La ville de Madrid est située sur le parallèle de latitude 40° Nord. H est le centre du cercle correspondant à ce parallèle.



b. Quelle est la longueur HM ? Justifie.

c. Calcule la longueur du parallèle de Madrid.

d. La longitude de Madrid est 3° Ouest. Recherche les coordonnées géographiques d'une ville de même latitude que Madrid. Calcule alors la distance séparant ces deux villes sur leur parallèle, sachant que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle au centre.

9 Repérage sur la sphère terrestre (bis)

On assimile la Terre à une boule de centre O et de rayon 6 378 km.

Les coordonnées géographiques de Stockholm, Le Cap et Pécs sont données dans le tableau.

Lieu	Latitude	Longitude
Le Cap	33° S	18° E
Stockholm	59° N	18° E
Pécs	46° N	18° E

a. Que remarques-tu concernant les coordonnées géographiques de ces trois villes ? Représente les données de l'énoncé par un schéma similaire à celui de l'exercice précédent où figurera le méridien de Greenwich.

b. Quel est l'angle entre Stockholm, le centre de la Terre et Le Cap ? Déduis-en la distance séparant ces deux villes sur ce méridien, sachant que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle au centre.

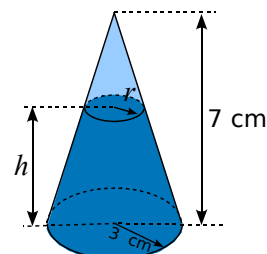
c. De même, calcule la distance entre Pécs et Stockholm le long de leur méridien commun.

d. Recherche la définition du mot antipode. Donne les coordonnées géographiques du point de la Terre aux antipodes de Stockholm. Dans quel océan est-il situé ? Près de quel pays ?

Réduction - agrandissement

10 À moitié vide ou à moitié pleine ?

a. Une salière est représentée par un cône de révolution de rayon 3 cm et de hauteur 7 cm. Le sel forme un tronc de cône de hauteur h en cm et dont le disque supérieur est de rayon r en cm.



b. Calcule le volume de la salière.

c. Montre que $\frac{7-h}{7} = \frac{r}{3}$.

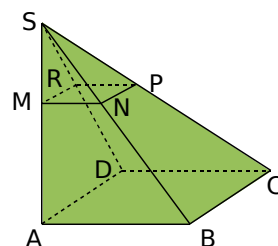
d. Montre que la hauteur h en cm atteinte par le sel pour que la salière soit remplie à la moitié de son volume doit vérifier l'équation :

$$(7-h)^3 = 171,5$$

e. En utilisant un tableur, déduis-en l'arrondi au mm de la hauteur atteinte par le sel lorsque la salière est remplie à moitié.

11 Extrait du Brevet

Sur la figure ci-contre, $SABCD$ est une pyramide à base carrée de hauteur $[SA]$ telle que $AB = 9$ cm et $SA = 12$ cm. Le triangle SAB est rectangle en A .



Soit M un point de $[SA]$ tel que $SM = x$ cm, où x est compris entre 0 et 12. On appelle $MNPR$ la section de la pyramide $SABCD$ par le plan parallèle à la base passant par M .

a. Montrer que $MN = 0,75x$.

b. Soit $A(x)$ l'aire du carré $MNPR$ en fonction de x . Montrer que $A(x) = 0,5625x^2$.

c. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

x en cm	0	2	4	6	8	10	12
$A(x)$ en cm^2							

d. Placer dans un repère les points d'abscisse x et d'ordonnée $A(x)$ donnés par le tableau.

e. L'aire de $MNPR$ est-elle proportionnelle à la longueur SM ? Justifier à l'aide du graphique.