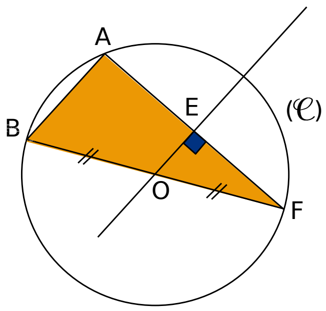
Exercices d'approfondissement

1 *Extrait du Brevet*

Sur le schéma ci-dessous :

- ($\mathscr{C}$) est un cercle de centre O et de diamètre BF = 40 mm ;
- A est un point du cercle ($\mathscr{C}$) tel que AB = 14 mm ;
- La perpendiculaire à la droite (AF) passant par O coupe le segment [AF] en E.



a. Quelle est la nature du triangle ABF ? Justifier la réponse.

b. Calculer la valeur arrondie au dixième de degré de l'angle $\widehat{AFB}$.

c. Calculer la valeur arrondie au millimètre de la longueur EF.

2 *Méli mélo de triangles*

Construis un triangle ABC rectangle en A et tel que $\widehat{ABC} = 40°$ et BC = 8 cm. E désigne le milieu de [BC]. La parallèle à la droite (AE) passant par C coupe la droite (AB) en F.

a. Montre que AE = 4 cm.

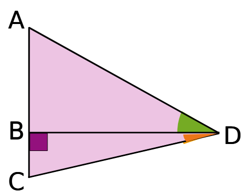
b. Calcule la longueur AB. Donne la valeur arrondie au millimètre.

c. Calcule la longueur AC. Donne la valeur arrondie au millimètre.

d. Montre que (AC) est la médiatrice de [BF].

3 *Histoire de périmètre*

Observe le dessin ci-dessous.
On a $\widehat{ADB} = 52°$; BD = 20 dm et $\widehat{BDC} = 8°$.



Calcule le périmètre du triangle ACD arrondi au décimètre.

4 *Trapèze et aire*

On considère MNRP un trapèze rectangle tel que le côté [MN] est perpendiculaire aux bases [MP] et [RN].
On a MN = 4 cm ; $\widehat{MNP} = 60°$ et RP = RN.
La perpendiculaire à la droite (NP) passant par R coupe [NP] en H.

a. Construis une figure à la main levée.

b. Calcule les longueurs MP, NP, RH et RN ; arrondis si besoin les longueurs au millimètre.

c. Détermine la valeur arrondie au centimètre carré de l'aire du trapèze MNRP.

5 *Triangle isocèle*

Soit OAB un triangle isocèle en O tel que OA = 10 cm et $\widehat{AOB} = 36°$.

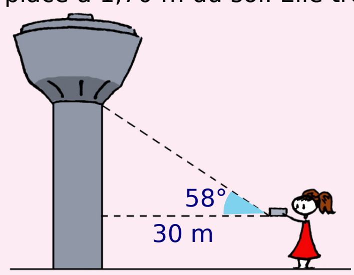
a. Construis ce triangle. Trace la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$, elle coupe le segment [AB] en H.

b. Montre que le triangle OHB est rectangle en H et que H est le milieu du segment [AB].

c. Calcule la longueur AB arrondie au millimètre.

6 *Château d'eau*

Juliette mesure l'angle entre l'horizontale et le haut du réservoir d'un château d'eau grâce à un appareil placé à 1,70 m du sol. Elle trouve 58°.



a. Calcule la hauteur du château d'eau arrondie au mètre.

b. La contenance de celui-ci est de 500 m^3 d'eau. Calcule le diamètre de la base en considérant que le réservoir du château d'eau est cylindrique. Arrondis au décimètre.

7 *Sans calculatrice*

Pour chaque question, justifie la construction.

a. Construis un angle $\hat{A}$ tel que $\tan \hat{A} = \dfrac{8}{9}$.

b. Construis un angle $\hat{B}$ tel que $\sin \hat{B} = 0{,}6$.

8 *Cerf-volant*

(source : fr.wikipedia.org)

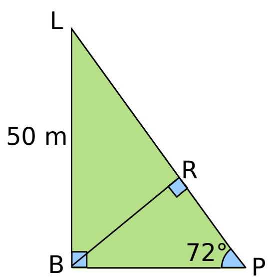
Elsa joue au cerf-volant sur la plage. La ficelle est déroulée au maximum et est tendue. L'angle de la ficelle avec l'horizontale est de 48°. Elle tient son dévidoir à 60 cm du sol.
Le cerf-volant vole à 12 m du sol.

a. Fais un schéma de la situation.

b. Calcule la longueur de la ficelle déroulée. Donne la valeur arrondie au décimètre.

9 *Course*

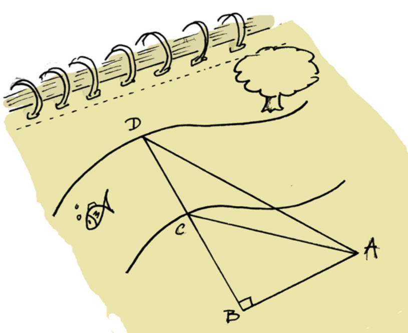
Rafaël et Léo nagent pour atteindre la bouée P. Ils sont respectivement en position R et L.
On a BL = 50 m et $\widehat{BPL}$ = 72°.



Calcule la distance entre les deux nageurs arrondie au mètre.

10 *Extrait du Brevet*

Monsieur Schmitt, géomètre, doit déterminer la largeur d'une rivière. Voici le croquis qu'il a réalisé :
AB = 100 m ;
$\widehat{BAD}$ = 60° ;
$\widehat{BAC}$ = 22° ;
$\widehat{ABD}$ = 90°.



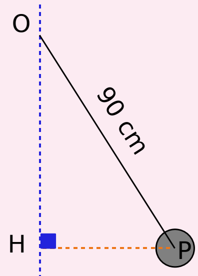
a. Calculer la longueur BC au dixième près.

b. Calculer la longueur BD au dixième près.

c. En déduire la largeur de la rivière à un mètre près.

11 *Histoire de pendule*

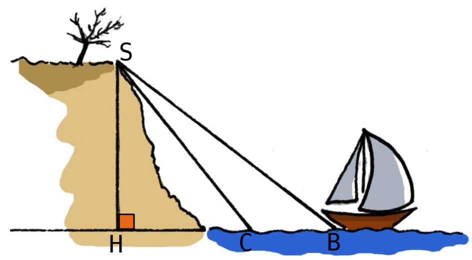
Un pendule est constitué d'une bille suspendue à un fil inextensible, fixé en un point O. La longueur du fil est de 90 cm. Le fil du pendule est initialement vertical.



a. Premier cas : on l'écarte de 520 mm de sa position initiale. Détermine la mesure arrondie au degré de l'angle obtenu entre le fil et la verticale.

b. Deuxième cas : une fois écarté, le fil fait un angle de 48° avec la verticale. Détermine la distance entre le pendule et la verticale arrondie au centimètre.

12 Charlotte navigue le long d'une falaise. Pour des questions de sécurité, elle ne doit pas aller au delà du point C. Elle a jeté l'ancre au point B.
On a SH = 100 m, $\widehat{HCS}$ = 75° et $\widehat{HBS}$ = 65°.



À quelle distance du point C le bateau de Charlotte se trouve-t-il ? Donne la valeur approchée par excès au dixième de mètre près.

13 *Tangentes*

($\mathscr{C}$) est un cercle de centre O et de rayon 4 cm. Soient A et B deux points de ce cercle tels que $\widehat{AOB}$ = 64°.
La droite (d) est la tangente en A et la droite (d') est la tangente en B au cercle ($\mathscr{C}$). Elles se coupent au point S.

a. Fais un dessin.

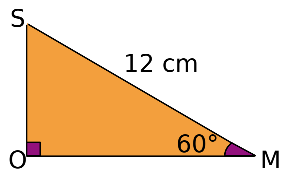
b. Calcule les longueurs SA et SO arrondies au millimètre.

c. Trace le cercle de diamètre [SO]. Montre que ce cercle passe par A et B.

Exercices d'approfondissement

14 *Cône de révolution*

Soit un cône de révolution de sommet S engendré par le triangle ci-contre.

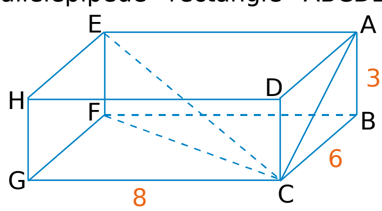


a. Calcule la valeur exacte de la hauteur de ce cône.

b. Déduis-en la valeur exacte du volume de ce cône puis la valeur arrondie au centimètre cube.

15 *Pavé droit*

Soit le parallélépipède rectangle ABCDEFGH ci-contre.



On admet que les triangles EFC et ACE sont rectangles respectivement en F et en A.

a. Calcule la valeur exacte de la longueur EC.

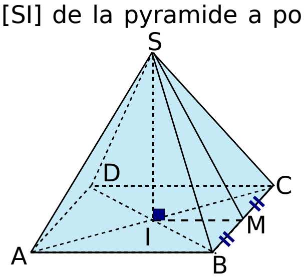
b. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{CEF}$ arrondie au degré.

c. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{CEA}$ arrondie au degré.

d. Calcule le volume de la pyramide CABFE.

16 *Extrait du Brevet*

SABCD est une pyramide régulière dont la base est le carré ABCD de côté 5 cm et de centre I. La hauteur [SI] de la pyramide a pour longueur SI = 3 cm.



a. Calculer le volume de la pyramide.

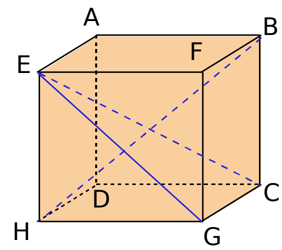
b. Soit M le milieu de l'arête [BC]. Démontrer que la longueur IM est égale à 2,5 cm.

c. On admet que le triangle SIM est rectangle en I. Calculer tan $\widehat{MSI}$.

d. En déduire une mesure de l'angle $\widehat{MSI}$ à 1° près.

17 *Cube*

ABCDEFGH est un cube de côté 5 cm.



a. Calcule les longueurs AF et EC.

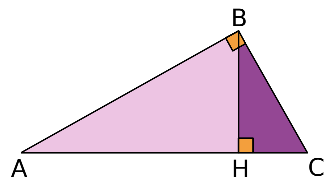
b. On admet que le triangle EGC est rectangle en G.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ECG}$ arrondie au degré.

c. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{BHC}$ arrondie au degré.

d. Réalise le patron de la pyramide EHGC.

18

Le triangle ABC est rectangle en B. Le segment [BH] est la hauteur du triangle issue de B. Il coupe le segment [AC] en H.



a. Démontre que $\widehat{ABH} = \widehat{BCH}$.

b. Exprime tan $\widehat{ABH}$ en utilisant les longueurs des côtés du triangle ABH.

c. Exprime tan $\widehat{BCH}$ en utilisant les longueurs des côtés du triangle CBH.

d. Démontre que $BH^2 = AH \times CH$.

19 *Valeurs exactes*

Dans cet exercice, tu utiliseras les données du tableau suivant.

Angle	Cosinus	Sinus	Tangente
30°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

a. Trace un triangle BEH rectangle en E tel que EH = 12 cm et $\widehat{BHE} = 30°$.

b. Montre que la longueur HB est égale à $8\sqrt{3}$ cm.

c. Trace la hauteur du triangle BEH issue de E. Elle coupe le segment [BH] en P.

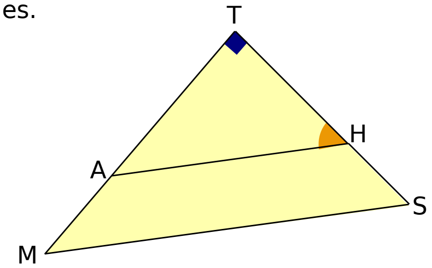
d. Calcule la valeur exacte de la longueur PE.

e. Calcule la valeur exacte de la longueur BP.

f. Calcule la valeur exacte de l'aire du triangle BPE puis donne l'arrondi au centième.

Exercices d'approfondissement

20 Soit le triangle MTS tel que MS = 23 cm et TM = 15 cm. Les droites (AH) et (MS) sont parallèles.



a. En justifiant ta réponse, écris les rapports de longueurs qui sont égaux.

b. Écris la relation donnant le sinus de l'angle $\widehat{AHT}$.

c. Déduis des questions **a.** et **b.** la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{AHT}$.

21 *Relations entre sinus, cosinus et tangente*

Soit MOT un triangle rectangle en M.

a. Que peux-tu dire des angles $\widehat{MTO}$ et $\widehat{TOM}$?

b. Écris les rapports entre les longueurs des côtés donnant le sinus, le cosinus et la tangente des angles $\widehat{MTO}$ et $\widehat{TOM}$.

c. Utilise la question **b.** pour écrire trois égalités.

d. Déduis de ces égalités deux propriétés sur les angles complémentaires d'un triangle rectangle.

22 *Possible ou impossible ?*

Existe-t-il un angle aigu $\widehat{A}$ tel que :

a. $\cos \widehat{A} = \dfrac{3}{4}$ et $\sin \widehat{A} = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$?

b. $\cos \widehat{A} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ et $\sin \widehat{A} = \dfrac{2}{5}$?

23 *Avec une formule trigonométrique*

Calcule la valeur exacte de $\sin \widehat{B}$ et de $\tan \widehat{B}$ sachant que $\widehat{B}$ est un angle aigu tel que $\cos \widehat{B} = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

24 *Avec une formule trigonométrique (bis)*

Calcule la valeur exacte de $\cos \widehat{C}$ et de $\tan \widehat{C}$ sachant que $\widehat{C}$ est un angle aigu tel que $\sin \widehat{C} = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

25 *Avec les formules trigonométriques*

Soit $\widehat{B}$ un angle aigu tel que $\tan \widehat{B} = \dfrac{1}{2}$.

a. Exprime $\sin \widehat{B}$ en fonction de $\cos \widehat{B}$.

b. Déduis-en la valeur exacte de $\cos \widehat{B}$ et $\sin \widehat{B}$.

26 On considère $\widehat{A}$ un angle aigu.

En utilisant les formules trigonométriques, démontre les égalités suivantes.

a. $1 + \tan^2 \widehat{A} = \dfrac{1}{\cos^2 \widehat{A}}$

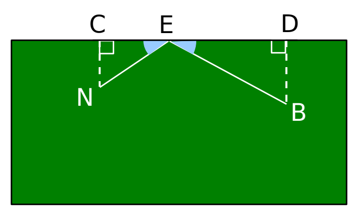
b. $1 + \dfrac{1}{\tan^2 \widehat{A}} = \dfrac{1}{\sin^2 \widehat{A}}$

c. $\cos^2 \widehat{A} - \sin^2 \widehat{A} = 1 - 2\sin^2 \widehat{A}$

d. $(\cos \widehat{A} + \sin \widehat{A})^2 = 1 + 2\sin \widehat{A} \cos \widehat{A}$

27 *Extrait du Brevet*

L'unité de longueur est le centimètre.
Le rectangle ci-dessous représente une table de billard. Deux boules de billard N et B sont placées telles que CD = 90 ; NC = 25 et BD = 35. (Les angles $\widehat{ECN}$ et $\widehat{EDB}$ sont droits.)
Un joueur veut toucher la boule N avec la boule B en suivant le trajet BEN, E étant entre C et D, et tel que $\widehat{CEN} = \widehat{DEB}$.



On pose ED = x.

a. Donner un encadrement de x.

b. Exprimer CE en fonction de x.

c. Dans le triangle BED, exprimer $\tan \widehat{DEB}$ en fonction de x.

d. Dans le triangle NEC, exprimer $\tan \widehat{CEN}$ en fonction de x.

e. En égalant les deux quotients trouvés aux questions **c.** et **d.**, on trouve l'équation $35(90 - x) = 25x$. (On ne demande pas de justification.) Résoudre cette équation.

f. En déduire la valeur commune des angles $\widehat{CEN}$ et $\widehat{DEB}$ arrondie au degré.