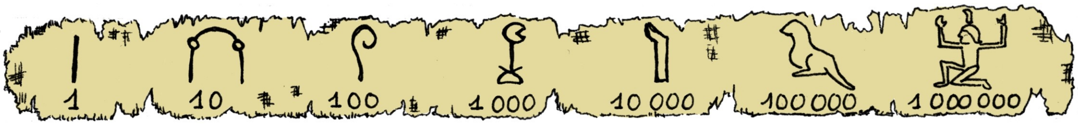
Activités de découverte

Activité 1 : Différentes numérations

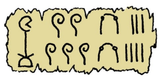
1. Numération égyptienne

Il y a plus de 5 000 ans, les scribes égyptiens utilisaient les chiffres (hiéroglyphes) suivants.



Ils écrivaient les nombres en mettant côte à côte les chiffres utilisés sans répéter le même chiffre plus de neuf fois.

Ainsi, le nombre 129 s'écrivait : .

a. Lis le nombre  puis écris 8 769 et 145 137 en chiffres égyptiens.

b. Comment doit-on procéder pour lire un nombre écrit avec les chiffres égyptiens ?
Que peux-tu dire des nombres  et  ? Qu'est-ce que cela signifie ?

c. À l'aide des réponses aux questions précédentes, donne quelques avantages et inconvénients de la numération égyptienne.

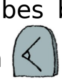
2. Numération romaine

Les Romains écrivaient les nombres à l'aide de sept chiffres : I (1), V (5), X (10), L (50), C (100), D (500) et M (1 000) sans utiliser quatre fois le même chiffre à la suite (sauf M).
Pour faciliter la lecture, on commençait par les groupes de chiffres ayant la plus grande valeur.
Pour connaître la valeur d'un nombre écrit en chiffres romains, il faut lire le nombre de gauche à droite, ajouter la valeur du chiffre, sauf s'il est inférieur au suivant. Dans ce cas, on le soustrait.
Ainsi : XXVII = 10 + 10 + 5 + 1 + 1 = 27 et DIX = 500 + 10 − 1 = 509, car I est inférieur à X.

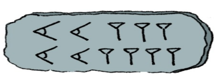
a. Lis le nombre CDXXXIV puis écris 2 009 et 4 888 en chiffres romains.

b. Quelle(s) difficulté(s) ont pu rencontrer les Romains avec cette numération ?

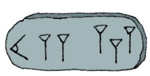
3. Numération babylonienne

Les scribes babyloniens n'utilisaient eux que deux chiffres : le clou  pour l'unité et le chevron  pour la dizaine. Cette numération était basée sur le nombre 60 : au-delà de 59, les chiffres babyloniens pouvaient représenter des groupes de 60 unités ou de 60 × 60 soit 3 600 unités...

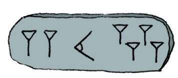
Ainsi, on écrivait :



pour 47



pour (12 × 60) + 3
soit 723



pour (2 × 3 600) + (10 × 60) + 4
soit 7 804

a. Quel système de mesure actuel est aussi basé sur le nombre 60 ?

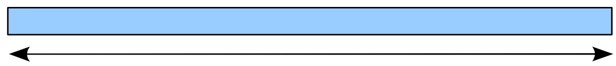
b. Lis le nombre  puis écris 59 ; 612 et 3 701 en chiffres babyloniens.
Détermine les ressemblances et les différences avec les numérations précédentes.

c. Écris 7, 60, 66, 600 et 3 600 en chiffres babyloniens. Que remarques-tu ? Donne alors un inconvénient majeur de la numération babylonienne.

Activité 2 : Mesurer avec des fractions

1. Un peu comme les Égyptiens

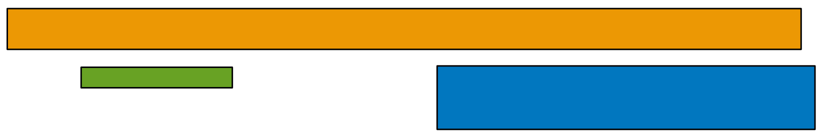
On utilise ici la **longueur** de la bande comme unité de longueur.



Tu pourras en construire (en décalquant) et en découper autant que nécessaire. En coupant la bande en deux autant de fois que tu veux, tu obtiens des demi-unités, quarts d'unité, etc.

a. Vérifie que la longueur de la bande ci-dessous est $\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}\right)$ u.

b. De la même façon, mesure la longueur des trois bandes ci-dessous.



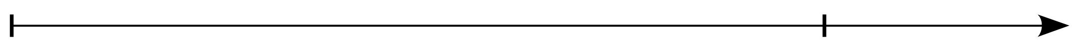
c. Quelles sont, dans cette unité, les dimensions de ton cahier ?

d. En utilisant la méthode des Égyptiens, pourrais-tu partager équitablement deux galettes entre trois personnes ? Pourrais-tu approcher d'aussi près que tu le veux n'importe quelle grandeur en n'utilisant que des partages équitables en deux ?

2. À la mode d'aujourd'hui

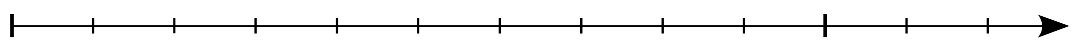
On veut mesurer la longueur de la bande ci-dessous. (Tu pourras la décalquer.)

Pour cela, on dispose de l'unité de longueur définie ci-dessous.



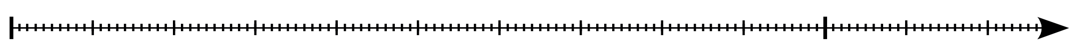
a. Quelle première estimation de la longueur de la bande peux-tu faire ?

b. On dispose maintenant de la demi-droite ci-dessous. (L'unité est inchangée.)



Décris ce qui a été fait et les améliorations que cela apporte pour estimer la longueur de la bande.
Utilise des fractions pour donner une estimation de la longueur de la bande. (Tu en donneras plusieurs écritures.)
Quelle autre écriture de cette longueur utilise-t-on plutôt aujourd'hui ?

c. Mêmes questions lorsqu'on dispose de la demi-droite ci-dessous, l'unité étant toujours la même.



d. Comment pourrait-on continuer pour s'approcher de plus en plus de la longueur réelle de la bande ?

e. Que peux-tu dire de bandes dont les longueurs sont, dans l'unité précédente :

$$\frac{435}{100}\ ;\ 4+\frac{3}{10}+\frac{5}{100}\ ;\ 4{,}350\ ;\ \frac{4\,350}{1\,000}\ ;\ 4{,}35\ ;\ 4+\frac{35}{100}\ ?$$

Activité 3 : Des fractions décimales à l'écriture décimale

1. Combien de centièmes y a-t-il dans un dixième ? Dans une unité ?
Combien de millièmes y a-t-il dans un centième ? Dans un dixième ? Dans une unité ?
Déduis-en des égalités entre **fractions décimales**.

2. Écris chacun des nombres $\frac{74}{100}$, $\frac{4}{10}+\frac{7}{100}$ et $1+\frac{2}{10}+\frac{3}{100}$ sous une autre forme en utilisant uniquement des fractions décimales.

3. Combien de centièmes y a-t-il dans 7 unités 4 dixièmes ? Et dans 25 unités 8 dixièmes et 7 centièmes ?

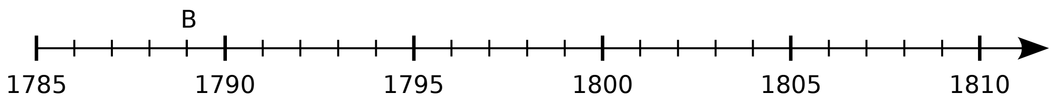
4. Dans l'écriture décimale d'un nombre, où se trouve le chiffre des unités ?
Que désigne le chiffre placé immédiatement à droite de la virgule ? Et celui encore à droite ?

5. Le nombre 123,409 peut se lire « 123 virgule 409 ». Donne une autre lecture possible en utilisant les mots unités, dixièmes, centièmes ou/et millièmes.
Que représente chacun des chiffres de ce nombre ? 4 est-il le chiffre des centaines ?

Activité 4 : Repérage sur une demi-droite graduée

1. Dates historiques

Sur la **demi-droite graduée** ci-dessous, quel est le nombre associé au point B ? Qu'est-ce qui te permet de l'affirmer ?

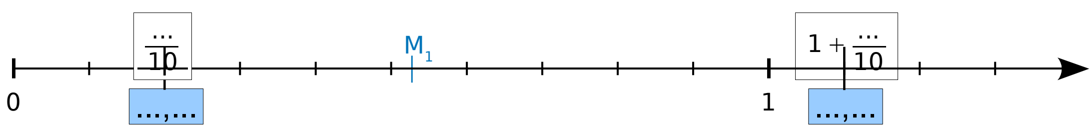


Ce nombre est associé à un événement historique important. Lequel ?
Décalque cette demi-droite et place le point N associé au nombre qui correspond à l'année du sacre de Napoléon Ier.

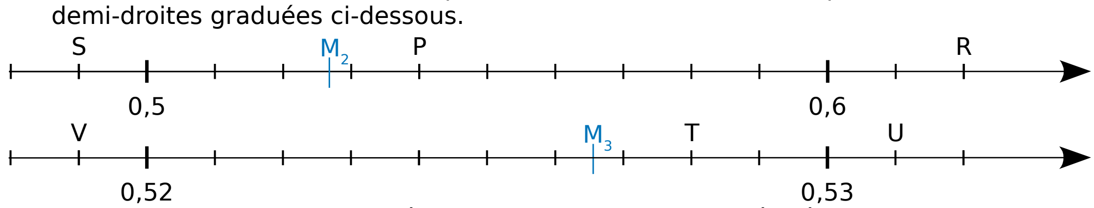
Le nombre associé à un point sur une demi-droite graduée est l'**abscisse** de ce point.

2. Des partages de plus en plus petits

a. Reproduis et complète la demi-droite graduée ci-dessous.



b. Détermine les abscisses des points S, P, R, V, T et U repérés en noir sur les demi-droites graduées ci-dessous.



c. Sur une demi-droite, graduée judicieusement, place précisément les points X et Y d'abscisses respectives 0,526 5 et 0,527 1.

d. Donne un **encadrement**, le plus précis possible, de l'abscisse des points M_1, M_2 et M_3 repérés en bleu sur les demi-droites graduées des questions **a.** et **b.**.

Activité 5 : Comparer, ranger et intercaler

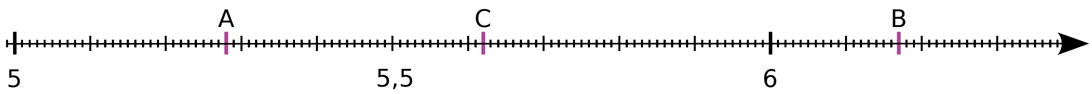
1. Comparer et ranger

a. Lequel des deux nombres $\frac{85}{100}$ et $1 + \frac{2}{10}$ est le plus proche de 1 ? Quel est le nombre le plus proche de 12 entre 11,9 et 12,08 ? Justifie avec soin tes réponses.

b. Range les nombres de chaque liste dans l'ordre **croissant** (c'est-à-dire du plus petit au plus grand).

- 1 250 ; 1 025 ; 125 ; 15 200 ; 1 520 ; 5 120 ; 12 500 et 10 520.
- $10 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100}$; $7 + \frac{5}{10}$; $10 + \frac{6}{100}$; $7 + \frac{5}{100}$; $10 + \frac{6}{10}$ et $7 + \frac{4}{100} + \frac{6}{1\,000}$.

c. On a représenté ci-dessous une partie d'une demi-droite graduée.



Quelles sont les abscisses des points A, B et C ?

Reproduis sur du papier millimétré cette portion de demi-droite et place les points D, E, F et G d'abscisses respectives 5,4 ; 6,22 ; 5,9 et 5,49.
Range alors les abscisses des points A, B, C, D, E, F et G dans l'ordre **décroissant**.

d. À l'aide des questions précédentes et de tes connaissances, explique pourquoi les raisonnements d'élèves suivants ne sont pas justes et donne les raisons qui ont pu motiver leurs erreurs.

- *« 24,5 $<$ 6,08 car 245 $<$ 608. »*
- *« 19,85 $<$ 12,96 car 0,85 $<$ 0,96. »*
- *« 6,012 $>$ 6,35 car, à **partie entière** égale, le plus grand nombre est celui qui a le plus de chiffres après la virgule. »*
- *« 5,24 $>$ 5,8 car les parties entières sont égales et 24 $>$ 8. »*
- *« 14,3 $<$ 14,30 car les parties entières sont égales et 3 $<$ 30. »*
- *« 103,6020 $=$ 13,62 car les zéros ne servent à rien. »*
- *« 16,295 $<$ 16,38 car les parties entières sont égales et 16,295 a plus de chiffres après la virgule que 16,38. »*

2. Intercaler

a. Quel est le nombre entier qui suit 128 ? Est-il possible de répondre à cette question si l'on remplace entier par décimal ?
Mêmes questions si on remplace 128 par 5,4.

b. Est-il possible de trouver un nombre entier compris entre 1 025 et 1 026 ? Si oui, donne un exemple.
Même question en remplaçant « nombre entier » par « nombre décimal ».

c. Existe-t-il des nombres entre 14,2 et 14,3 ? Explique.

d. Est-il possible de trouver un nombre décimal compris entre 12,88 et 12,89 ? Et entre 8,975 et 8,976 ?

e. À ton avis, est-il toujours possible de trouver plusieurs nombres décimaux compris entre deux nombres décimaux ?