

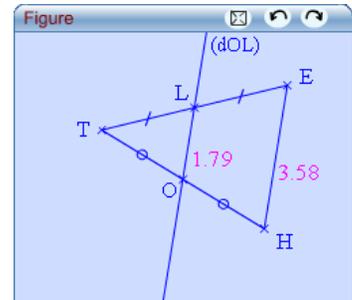
## Activité 1 : Un triangle et deux milieux

### 1. Conjecture avec TracenPoche

a. Construis un triangle THE.

En utilisant le bouton , place le point O milieu de [TH] et le point L milieu de [TE]. Trace la droite (OL).

À l'aide du bouton , fais apparaître les longueurs des segments [OL] et [HE].

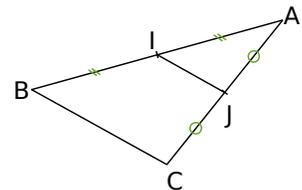


- b. Déplace les sommets du triangle et note, sur ton cahier, les longueurs OL et HE pour quatre triangles différents. Que remarques-tu ?
- c. Déplace les sommets du triangle. Comment semblent être les droites (OL) et (HE) ? Dans la fenêtre *Analyse*, saisis : « position(OL,HE) = » puis appuie sur la touche F9. Déplace à nouveau les sommets du triangle. Qu'indique TracenPoche ?

### 2. Démonstration

a. Trace un triangle ABC, place I le milieu de [AB] et J le milieu de [AC].

On souhaite montrer que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles et que la longueur du segment [IJ] est égale à la moitié de celle du segment [BC].

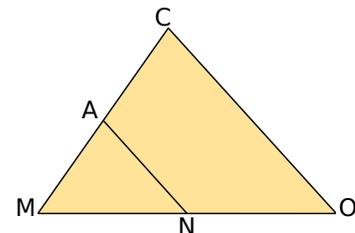
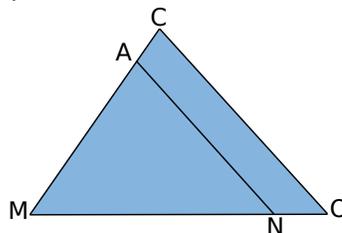
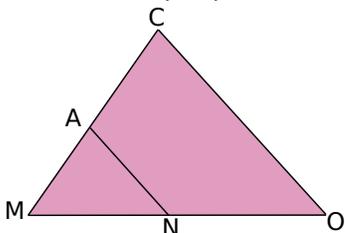


- b. Construis le point K symétrique de I par rapport à J. Montre que le quadrilatère AKCI est un parallélogramme. Que peux-tu en déduire pour les droites (KC) et (AI) ? Pour les segments [KC] et [AI] ?
- c. Que peux-tu dire des segments [AI] et [IB] ? En utilisant le fait que les points A, I et B sont alignés et la question b., que peux-tu dire des segments [IB] et [KC] ? Montre que le quadrilatère IKCB est un parallélogramme.
- d. Dédus-en que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles. Montre que  $IJ = \frac{1}{2} BC$ .
- e. Écris les deux propriétés que tu viens de démontrer.

## Activité 2 : Dans l'autre sens

1. Écris le théorème réciproque du théorème suivant : "Si, dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés alors elle est parallèle au troisième côté."

2. Observe les figures suivantes, pour chacune d'elles (AN) et (CO) sont parallèles. Le théorème réciproque écrit à la question 1. semble-t-il vérifié ?



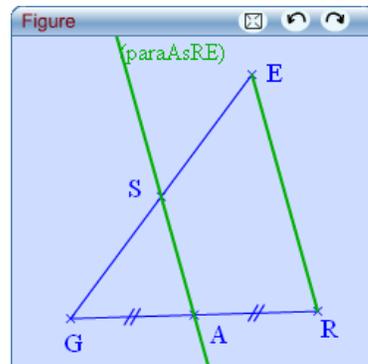
3. Peux-tu faire une figure sur laquelle, A est le milieu de [MC], les droites (AN) et (CO) sont parallèles mais N n'est pas le milieu de [MO] ?

4. Quelle donnée faut-il ajouter pour que ce théorème soit vrai ?

## Activité 3 : Un triangle, un milieu et des parallèles

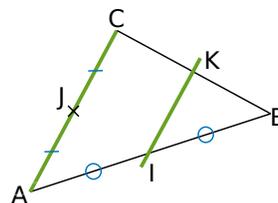
### 1. Conjecture avec TracenPoche

- Construis un triangle GRE et A milieu de [GR]. En utilisant le bouton  construis la droite parallèle au segment [RE] passant par le point A. À l'aide du bouton , nomme S le point d'intersection de cette droite avec [GE]. À l'aide du bouton , fais apparaître les longueurs des segments [GS] et [SE].
- Déplace les sommets du triangle et observe la position du point S. Que constates-tu ?



### 2. Démonstration

- Trace un triangle ABC, place le point I milieu du côté [AB] et le point J milieu du côté [AC]. La parallèle au côté [AC] passant par I coupe le côté [BC] en K. Le but est de montrer que le point K est le milieu du côté [BC].
- Montre que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles et  $IJ = \frac{BC}{2}$ .
- Montre que IJCK est un parallélogramme.
- Déduis-en que  $IJ = KC$  puis que K est le milieu de [BC].
- Écris la propriété que tu viens de démontrer.



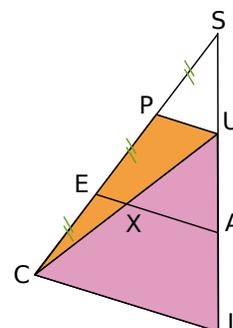
## Activité 4 : Et avec le tiers ?

- Reproduis la figure ci-contre, avec  $SC = 9 \text{ cm}$  ;  $SI = 6,3 \text{ cm}$  et telle que les droites (PU), (EA) et (CI) sont parallèles.

- Mesure les segments [SU], [UA] et [AI]. Que remarques-tu ?

### 3. Démonstration

- En te plaçant dans le triangle SEA, montre que le point U est le milieu du segment [SA].
- On appelle X le point d'intersection des segments [EA] et [CU]. En te plaçant dans le triangle PUC, montre que X est le milieu du segment [CU].
- En te plaçant dans le triangle UCI, montre que le point A est le milieu du segment [UI].
- Que peux-tu alors affirmer pour les longueurs SU, UA et AI ?

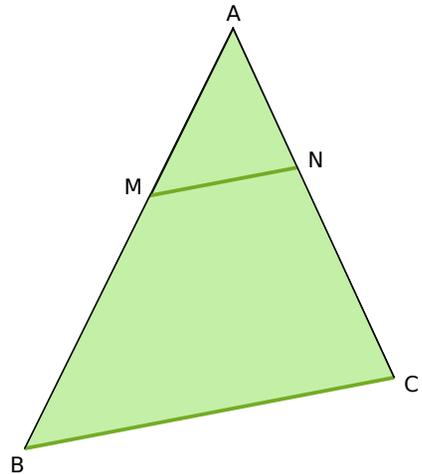


### 4. Une autre écriture

- Quelle fraction de la longueur SC représente la longueur SP ?
- Donne alors les valeurs exactes des rapports  $\frac{SP}{SC}$  et  $\frac{SU}{SI}$ .
- Que peux-tu dire des rapports  $\frac{SP}{SC}$  et  $\frac{SU}{SI}$  ?

## Activité 5 : Un cas plus général

1. Sur la figure ci-contre, le point M appartient au segment [AB], N appartient au segment [AC] et les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



- En mesurant les longueurs des segments [AM] et [AB], donne la valeur du rapport  $\frac{AM}{AB}$ .
- Mesure les segments [AN] et [AC] puis donne la valeur du rapport  $\frac{AN}{AC}$ .
- Mesure les segments [MN] et [BC] puis donne la valeur de  $\frac{MN}{BC}$ .
- Que constates-tu ? Pouvais-tu prévoir ce résultat ?

### 2. Que dit Tracenpoche ?

- Construis un triangle ABC. À l'aide du bouton , place un point M sur le segment [AB]. Construis la droite parallèle au côté [BC] passant par M. Appelle N le point d'intersection de cette parallèle et du côté [AC].
- Dans la fenêtre *Analyse*, saisis les expressions ci-contre puis appuie sur la touche F9. Quels calculs sont effectués ? Que permettent-ils de conjecturer ?
- Déplace les points de la figure de manière à faire varier le rapport  $\frac{AM}{AB}$ . Que constates-tu pour les autres rapports ?

```

Analyse
calc(AM/AB) =
calc(AN/AC) =
calc(MN/BC) =
    
```

## Activité 6 : Le même dessin... à un détail près !

1. On considère un triangle POT tel que  $\widehat{POT} = 47^\circ$ ,  $\widehat{PTO} = 33^\circ$  et  $\widehat{TPO} = 100^\circ$ .

- Ce triangle est-il constructible ? Justifie ta réponse.
- Construis-le et compare ton dessin avec celui de ton voisin. Sont-ils identiques ?
- Avec ton voisin, complète le tableau suivant :

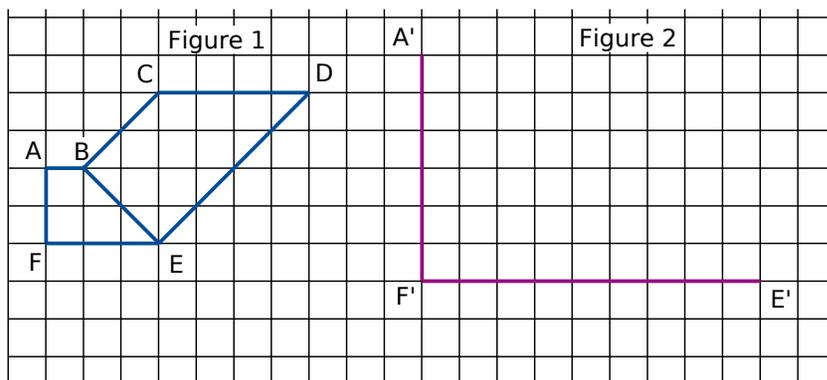
	PO	OT	TP
Longueur des côtés de ton triangle			
Longueur des côtés du triangle de ton voisin			

d. Est-ce un tableau de proportionnalité ?

2. Que dois-tu vérifier pour dire qu'une figure est un agrandissement ou une réduction d'une autre figure ?

## Activité 7 : Agrandissements et réductions

1. La figure 2 est le début d'un agrandissement de la figure 1. Reproduis la figure 2 et complète-la. Tu la nommeras A'B'C'D'E'F'.

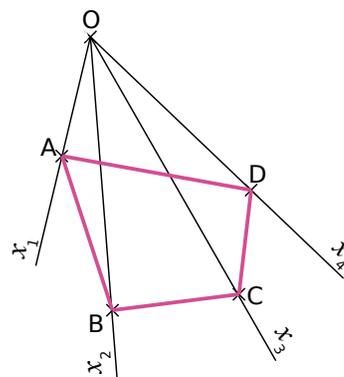


### 2. Etude des mesures d'angles

- a. Mesure  $\widehat{EDC}$  et  $\widehat{E'D'C'}$ . Compare-les. Que peux-tu en déduire sur l'agrandissement ?
- b. Quelles sont les mesures des angles  $\widehat{CBE}$  et  $\widehat{C'B'E'}$  ? Compare-les. Qu'en déduis-tu sur l'agrandissement ?
3. Donne les positions relatives des droites (BC) et (DE) puis des droites (B'C') et (D'E'). Qu'en déduis-tu sur l'agrandissement ?

## Activité 8 : Prenons de la hauteur

1. Pour obtenir une figure semblable à celle ci-contre, place un point O puis trace quatre demi-droites d'origine O :  $[Ox_1]$  ;  $[Ox_2]$  ;  $[Ox_3]$  et  $[Ox_4]$ . Place un point A sur  $[Ox_1]$  tel que  $OA = 2$  cm. Place des points B, C et D sur les demi-droites  $[Ox_2]$  ;  $[Ox_3]$  et  $[Ox_4]$ .



2. Place un point A' sur  $[Ox_1]$  tel que  $OA' = 7$  cm.

### 3. Construction de la figure

- a. Trace la parallèle à (AB) passant par A'. Elle coupe  $[Ox_2]$  en B'. Trace la parallèle à (BC) passant par B'. Elle coupe  $[Ox_3]$  en C'. Trace la parallèle à (DC) passant par C'. Elle coupe  $[Ox_4]$  en D'.
- b. Comment semblent être les quadrilatères ABCD et A'B'C'D' ?

### 4. Etude de la figure

- a. Exprime sous la forme d'une fraction le rapport  $\frac{OA}{OA'}$ . Déduis-en les rapports  $\frac{OB}{OB'}$  ;  $\frac{AB}{A'B'}$  et  $\frac{AD}{A'D'}$ . Justifie.
- b. Procède de la même façon pour les rapports  $\frac{OC}{OC'}$  et  $\frac{BC}{B'C'}$  ;  $\frac{OD}{OD'}$  et  $\frac{DC}{D'C'}$ .
- c. Qu'en déduis-tu pour la figure A'B'C'D' ?