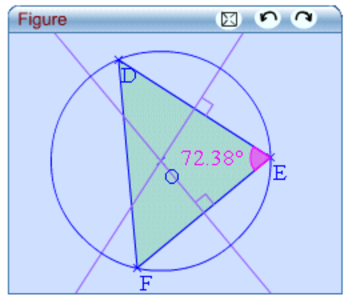
Activités de découverte

Activité 1 : Cercle circonscrit d'un triangle rectangle

1. Conjecture avec TracenPoche

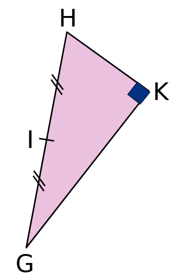


a. Construis un triangle DEF. Construis ensuite son cercle circonscrit en utilisant les boutons et .
À l'aide du bouton , fais apparaître la mesure de l'angle $\widehat{DEF}$.

b. En déplaçant le point de ton choix, fais varier la mesure de l'angle $\widehat{DEF}$. Observe la position du centre du cercle circonscrit quand l'angle est aigu, quand il est obtus et quand il est droit. Que constates-tu ?

2. Démonstration

a. Trace un triangle GHK, rectangle en K. Soit I le milieu de l'hypoténuse [GH]. <u>On veut montrer que I est le centre du cercle circonscrit à GHK</u>.



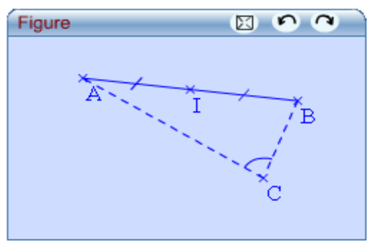
b. Soit L le symétrique de K par rapport à I.
Quelle est la nature du quadrilatère GKHL ? Explique pourquoi.

c. Que peut-on en déduire sur les longueurs IG, IH et IK ?
Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle GHK ?

d. Écris la propriété que tu viens de démontrer.

Activité 2 : Triangle inscrit dans un cercle

1. Conjecture avec TracenPoche

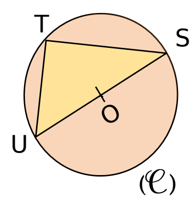


a. Construis un segment [AB] puis place son milieu I.
Place un point libre C et trace les segments [CA] et [CB] en pointillés.
Dans la fenêtre *Analyse*, fais afficher AI, BI et CI.

b. Place le point C de manière à t'approcher de l'égalité AI = BI = CI.
Avec le bouton , fais afficher alors la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$. Que constates-tu ?

c. Construis le cercle de centre I passant par A puis place un point D sur ce cercle en utilisant le bouton . Dans la fenêtre *Analyse*, fais apparaître la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$. Déplace le point D sur le cercle et observe la mesure de l'angle.
Ce que tu as constaté au **b.** semble-t-il se confirmer ?

2. Démonstration



a. Trace un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O. Place sur le cercle ($\mathscr{C}$) trois points distincts S, T et U tels que [SU] soit un diamètre du cercle. Trace le triangle STU. <u>On veut montrer que c'est un triangle rectangle</u>.

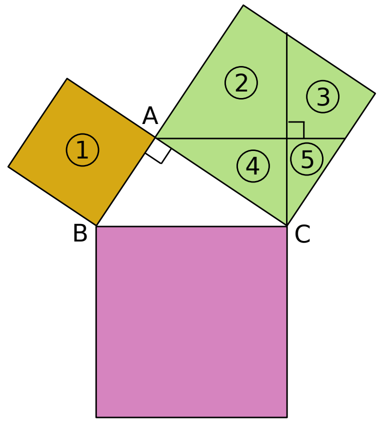
b. Place T', symétrique de T par rapport à O. Quelle est la nature du quadrilatère UTST' ? Justifie.

c. Que peut-on en déduire sur la nature du triangle STU ?

d. Écris la propriété que tu viens de démontrer.

Activité 3 : Sur la piste de Pythagore

1. Partons d'un triangle rectangle



a. Sur une feuille de dessin, construis un triangle ABC rectangle en A.
Sur chacun de ses côtés, construis avec précision un carré comme sur la figure ci-contre.

Termine la construction comme indiqué et découpe les pièces ①, ②, ③, ④ et ⑤.

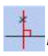
b. Avec ces cinq pièces, reconstitue le grand carré rose.
Quelle relation y a-t-il entre l'aire du carré jaune, l'aire du carré vert et l'aire du carré rose ?

c. Exprime, à l'aide des lettres de la figure, les aires des carrés jaune, vert et rose.

d. En te servant de la relation trouvée au **b.**, quelle égalité peux-tu alors écrire ?

2. Avec TracenPoche

a. Construis un triangle ABC rectangle en A. Pour cela :

- Place deux points A et B puis, en utilisant le bouton , construis le segment [AB] et en utilisant le bouton , la perpendiculaire à [AB] passant par A.
  Place un point C sur cette perpendiculaire avec le bouton .
- Construis les segments [BC] et [AC] avec le bouton .

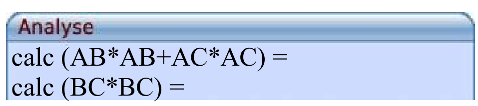
b. Fais apparaître les mesures des côtés du triangle ABC en utilisant le bouton .
Reproduis et complète le tableau suivant pour des triangles rectangles ABC différents (tu déplaceras les points A, B et C).

Calcule ensuite $AB^2 + AC^2$ et BC^2 pour chacun de ces triangles : tu donneras des valeurs arrondies au centième.

	Triangle 1	Triangle 2	Triangle 3	Triangle 4	Triangle 5	Triangle 6
AB	...	...	...	...	...	...
AC	...	...	...	...	...	...
$AB^2 + AC^2$	...	...	...	...	...	...
BC	...	...	...	...	...	...
BC^2	...	...	...	...	...	...

Que remarques-tu ?

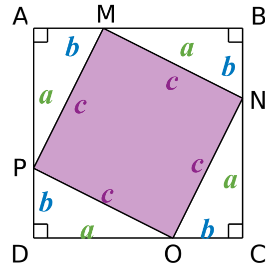
c. Dans la fenêtre *Analyse*, saisis les expressions ci-contre puis appuie sur la touche F9.



À quoi correspondent ces calculs ?
Déplace maintenant les points A, B et C et observe les résultats affichés dans la fenêtre *Analyse*.
Ce que tu as remarqué au **b.** semble-t-il se confirmer ?

d. Quelle conjecture peux-tu faire ?
Rédige cette conjecture sous la forme : « Si... alors... . ».

Activité 4 : Démonstration du théorème de Pythagore

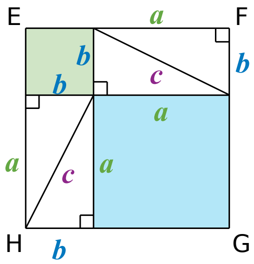


1. À partir de quatre triangles rectangles identiques, on obtient la figure ci-contre, sur laquelle A, M, B ; B, N, C ; C, O, D et D, P, A sont alignés.
a, b et c désignent les longueurs des côtés des triangles rectangles.
Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifie.

2. Démontre que l'angle $\widehat{\text{PMN}}$ est un angle droit. Déduis-en la nature du quadrilatère MNOP.

3. Exprime l'aire de MNOP en fonction de c.

4. On dispose, à présent, les quatre triangles rectangles comme sur la figure ci-contre afin que EFGH soit un carré. Explique pourquoi les carrés ABCD et EFGH ont la même aire.



5. Que dire alors des aires des carrés bleu et vert par rapport à l'aire du carré rose ?

6. Déduis-en une relation entre a, b et c.

7. Écris la propriété que tu viens de démontrer. C'est le **théorème de Pythagore**.

Activité 5 : Racine carrée

1. Recopie et complète le tableau suivant :

AB = 8 m	SD = 1,3 dm	ZE = ………	FG = ………	UT = ………
AB^2 = ………	SD^2 = ………	ZE^2 = 36 cm²	FG^2 = 81 m²	UT^2 = 1,69 m²

2. Valeur exacte, valeur approchée

a. Le nombre positif dont le carré est 841 se note $\sqrt{841}$ et se lit « racine carrée de 841 ».
Trouve, sur ta calculatrice, la touche $\boxed{\sqrt{\ }}$ et le moyen de saisir la séquence $\sqrt{841}$.

Quel résultat obtiens-tu avec la calculatrice ? Quel calcul te permet de vérifier que ce résultat est la valeur exacte de $\sqrt{841}$?

b. x est un nombre positif tel que $x^2 = 50$. Comment notes-tu la valeur de x ?
Fais le calcul à la calculatrice puis recopie la valeur affichée.

Si tu calcules le carré de cette valeur en posant l'opération, quel est le premier chiffre à droite que tu écriras dans le résultat ?

Déduis-en que la valeur donnée par la calculatrice n'est pas la valeur exacte de x.

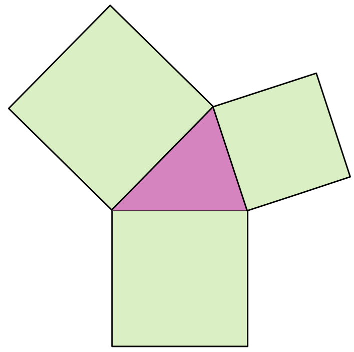
Donne un encadrement de x à 0,01 près puis, en utilisant le symbole ≈, sa valeur arrondie au centième.

c. Donne la valeur exacte (en utilisant le signe =) quand c'est possible ou la valeur arrondie au dixième (en utilisant le signe ≈) de chacune des longueurs dont les carrés sont donnés ci-dessous :

$FR^2 = 156{,}25$	$NL^2 = 85{,}87$	$EU^2 = 2{,}5$	$GB^2 = (2{,}365)^2$	$XY^2 = -9$	$CZ^2 = 1{,}52399025$

Activité 6 : Et si $c^2 = a^2 + b^2$ ...

1. Avec des ciseaux



Sur une feuille de dessin, construis et découpe dix carrés dont les mesures des côtés sont entières et valent de 1 cm à 10 cm.
À l'intérieur de chacun d'eux, indique son aire en cm^2.
Choisis-en trois et assemble-les de façon à former un triangle dont les mesures des côtés sont les mesures des côtés des carrés utilisés, comme le montre l'exemple ci-contre.

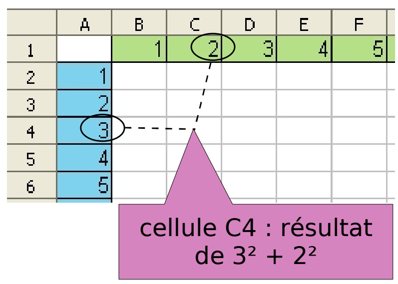
a. Lorsque tu choisis trois carrés au hasard, peux-tu toujours construire un triangle ?

b. Exprime les aires des trois carrés en fonction des longueurs des côtés du triangle construit.

c. Parmi tes dix carrés, choisis-en trois tels que la somme des aires des deux plus petits soit égale à l'aire du plus grand.
Quelle relation y-a-t-il alors entre les longueurs des côtés du triangle obtenu ?
Quelle semble être alors la nature de ce triangle ?

d. Reprends la question **c.** avec trois autres carrés que tu as découpés.

2. Recherche de nombres entiers positifs a, b et c tels que $c^2 = a^2 + b^2$



a. Avec un tableur, construis un tableau comme ci-contre, avec des valeurs allant jusqu'à 16 sur la ligne 1 et dans la colonne A.
On veut maintenant remplir chaque cellule avec la somme des carrés du nombre correspondant à sa ligne et du nombre correspondant à sa colonne comme le montre l'exemple ci-contre.
Pour cela, saisis dans la cellule B2 la formule : « = $A2*$A2+B$1*B$1 ». Trouve l'utilité du signe « $ » dans cette formule.
Copie cette formule dans toutes les cellules de ton tableau et vérifie, dans quelques cellules, les résultats obtenus.

b. Sur la même feuille de tableur, construis un autre tableau permettant d'avoir les valeurs des carrés des nombres entiers de 1 à 23.

19	c	1	2	3	4	5	6
20	c^2						

c. En utilisant les résultats obtenus dans les deux tableaux, trouve plusieurs triplets de nombres a, b et c tels que $c^2 = a^2 + b^2$ (il y a 6 solutions possibles).
Construis maintenant les triangles dont les mesures sont les triplets trouvés.
Quelle relation vérifient les mesures des côtés de ces triangles ?
Quelle semble être la nature de chacun de ces triangles ?

Bilan : Quelle conjecture peux-tu faire alors ?
On admet que cette conjecture est vraie. C'est la **réciproque du théorème de Pythagore**.
Énonce-la sous la forme : « Si... alors... . ».

3. Rectangle ou non ?

a. Trace un triangle RST tel que RS = 4,8 cm, ST = 6,4 cm et RT = 8,1 cm. Quelle semble être sa nature ?

b. Calcule la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les deux côtés de l'angle droit mesurent 4,8 cm et 6,4 cm.

c. Le triangle RST est-il rectangle ?