## Activité 1 : À partir d'une situation connue

### 1. Prix en fonction de la masse

Chez un fromager, on peut lire sur l'étiquette d'un morceau de fromage : sa masse 0,8 kg et son prix 12 €.

**a.** Calcule le prix de 100 g de ce fromage de plusieurs façons différentes.
Calcule le prix de 0,9 kg de plusieurs façons différentes.

**b.** Quelle est la masse d'un morceau coûtant 18 € ? Trouve plusieurs façons de calculer cette masse.

**c.** Si $p$ € représente le prix d'un morceau de fromage et $m$ kg sa masse, quelle(s) relation(s) lie(nt) les nombres $p$ et $m$ ? Que peux-tu dire des deux grandeurs précédentes ?

### 2. Avec une fonction

**a.** Trouve une fonction $f$ pour laquelle, si $p$ € représente le prix d'un morceau de fromage et $m$ kg sa masse alors $f(m) = p$.

**b.** Traduis les calculs effectués dans les questions **a.**, **b.** et **c.** de la partie **1.** à l'aide de cette fonction et en utilisant le vocabulaire « image » et « antécédent ».

**c.** Quelle est l'image de $\frac{4}{7}$ par $f$ ? Calcule $f(-3)$. Détermine l'antécédent de 2.

**d.** Compare $f(4)$ et $5 \times f(0,8)$ puis $f(1,2)$ et $f(0,8) + f(0,4)$. Illustre tes réponses en utilisant la situation de la question **1.**. Quelles conjectures peux-tu faire ?

### 3. Dans le cas général

**a.** Soit $g$ la fonction définie par $g(x) = ax$ où $a$ est un nombre non nul donné. (On dit que $g$ est une fonction linéaire et $a$ s'appelle son coefficient.) Démontre que, pour tous nombres $x_1$, $x_2$, $x$ et $k$, $g(x_1 + x_2) = g(x_1) + g(x_2)$ et $g(k \times x) = k \times g(x)$.

**b.** On sait que $h$ est une fonction linéaire et que $h(5) = 7$. En utilisant les propriétés précédentes, calcule :

- $h(6)$ (Tu peux remarquer que $6 = \frac{6}{5} \times 5$.) ;
- $h(11)$ (de deux façons !).

## Activité 2 : Augmentation, diminution

**1.** Un magasin augmente tous ses prix de 8 %.

**a.** Calcule le prix après augmentation d'un article qui coûtait initialement 28,25 €.
Un autre article coûte après augmentation 52,38 €. Quel était son prix initial ?

**b.** Si $p_1$ € représente le prix d'un article avant cette augmentation et $p_2$ € son prix augmenté, détermine la fonction qui, au nombre $p_1$, associe le nombre $p_2$.

**c.** Que peux-tu dire de cette fonction ?

**d.** Quelle est l'image de 28,25 par cette fonction ? L'antécédent de 52,38 ?

**2.** La population d'un village a diminué de 15 % en trente ans. Il compte aujourd'hui 289 habitants. Quelle était sa population il y a trente ans ?

## Activité 3 : Bande de papier

On considère une bande de papier rectangulaire de dimensions 4 cm et $l$ cm.
On s'intéresse aux variations de son périmètre en fonction de ses dimensions.

**1.** Recopie et complète le tableau suivant.

| Valeurs de $l$ en cm | 0,5 | 1 | 2,5 | 4 | 6 | | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Valeurs du périmètre en cm | | | | | | 25 | |

Quel(s) calcul(s) permet(tent) de passer des valeurs de $l$ en centimètres aux valeurs du périmètre en centimètres ? Que peux-tu dire de ce tableau ?

### 2. Avec une fonction

**a.** Si $l$ cm représente la deuxième dimension de la bande de papier et $p$ cm son périmètre, détermine la fonction $f$ telle que $f(l) = p$.
Cette fonction est-elle une fonction linéaire ? Justifie ta réponse.

**b.** Quelle est l'image de 2,5 par $f$ ? Que vaut $f(10)$ ?
Calcule $f\left(\frac{7}{3}\right)$ puis $f(-5)$.
Quel est l'antécédent de 25 ? Détermine celui de $-3$.

**c.** Compare $f(10)$ et $4 \times f(2{,}5)$ puis $f(10)$ et $f(4) + f(6)$.

### 3. Variations du périmètre

Tu pourras construire une bande de papier de largeur 4 cm et de longueur suffisante pour t'aider à répondre aux questions suivantes.

**a.** On suppose que $l = 5$ cm. Calcule le périmètre de la bande de papier.

- On augmente $l$ de 3 cm. Le périmètre augmente-t-il ou diminue-t-il ? De combien ? Et si $l$ augmente de 4 cm ?
- On enlève 2 cm à $l$. Le périmètre augmente-t-il ou diminue-t-il ? De combien ?

**b.** Reprends la question **a.** avec cette fois-ci $l = 12{,}5$ cm.

**c.** Que constates-tu pour la variation du périmètre lorsqu'on a augmenté $l$ de 3 cm ? Semble-t-elle dépendre de la valeur de $l$ ? Démontre-le.

**d.** Retrouves-tu les réponses de la question **c.** pour une augmentation de $l$ de 4 cm ? Et pour une diminution de $l$ de 2 cm ?

**e.** Recopie et complète le tableau suivant sachant que $p_1$ cm et $p_2$ cm sont les périmètres de deux bandes dont les dimensions sont 4 cm et respectivement $l_1$ cm et $l_2$ cm.

| $l_1 - l_2$ | 0 | 1 | 1,5 | 3 | 4 | $-1$ | $-2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_1 - p_2$ | | | | | | | |

Que peux-tu dire de ce tableau ? Justifie ta réponse.

### 4. Accroissement

$f$ étant la fonction établie dans la question **2.**, $x_1$ et $x_2$ étant deux nombres quelconques, exprime $f(x_1) - f(x_2)$ en fonction de $x_1 - x_2$. Conclus.

## Activité 4 : Graphique (1)

**1.** On considère la fonction $g$ définie par $g(x) = 3x$.

**a.** Recopie et complète le tableau de valeurs suivant.

| $x$ | − 6 | − 4 | − 1,5 | − 1 | 0 | 1 | 2,5 | 5 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | | | | | | | | |

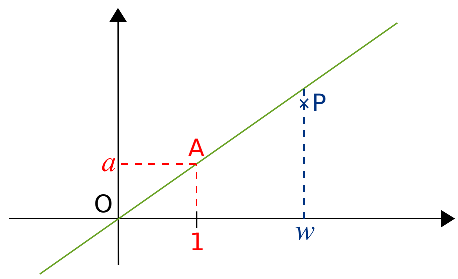
**b.** Sur une feuille de papier millimétré, construis un repère orthogonal et place tous les points de coordonnées $(x ; y)$ avec $y = g(x)$ que tu as obtenus grâce au tableau de la question précédente. Que constates-tu ? Pouvais-tu le prévoir ?

**2. Cas général**

On considère maintenant une fonction linéaire $f$ de coefficient $a$ ($a$ est un nombre non nul). Dans un repère orthogonal d'origine O, on considère le point A(1 ; $a$).

**a.** Démontre que si un point M de coordonnées $(r ; s)$ appartient à la droite (OA) alors $s = f(r)$.

**b.** Le point P ci-contre a pour coordonnées $(w ; aw)$. Est-il bien placé ? Justifie ta réponse. (Tu pourras utiliser le résultat démontré à la question précédente.)



(schéma réalisé pour $a$ positif)

**3. Coefficient**

**a.** Lorsque le coefficient d'une fonction linéaire est négatif, que peux-tu dire de la direction de sa droite représentative ?

**b.** Représente, dans un repère orthogonal, la fonction $h$ telle que $h(x) = \frac{4}{3}x$.

Justifie et illustre sur le graphique la phrase : « Lorsque la différence entre les abscisses de deux points de la droite représentative de $h$ est 3, la différence entre les ordonnées est 4. ».

**c.** Dans un repère orthonormé, quel lien y a-t-il entre le coefficient de la fonction linéaire et l'angle que fait la droite représentative avec l'axe des abscisses ?

## Activité 5 : Graphique (2)

On considère la fonction $f$ définie par $f(x) = 2x + 3$.

**1.** Dans un repère orthogonal, place cinq points dont les coordonnées sont du type $(x ; y)$ avec $y = f(x)$. Que remarques-tu ?

**2.** Sur le même graphique, représente la fonction $g : x \longmapsto 2x$.

**3.** Étant donnés deux points R et T de la représentation graphique de $f$ et $R_1$ et $T_1$ les points de la droite $(d_g)$ représentative de $g$ ayant les mêmes abscisses que R et T, justifie que (RT) est parallèle à $(R_1T_1)$.

**4.** Justifie et illustre sur le graphique : « Lorsque la différence entre les abscisses de deux points de la représentation graphique de $f$ est 1, la différence entre les ordonnées est 2. ».

## Activité 6 : Trouver la fonction

### 1. À partir d'un graphique

**a.** Sur une feuille de papier millimétré, construis dans un repère orthogonal, la droite passant par l'origine du repère et le point de coordonnées (2 ; 6) et la droite passant par les points de coordonnées (0 ; 3) et (2 ; − 1).

**b.** En utilisant seulement le graphique et sans faire de calcul, détermine les fonctions dont ces droites sont les représentations graphiques.

**c.** Contrôle, par le calcul, les réponses trouvées à la question précédente.

**d.** Bakari prétend qu'à la vue du graphique précédent, un nombre et un seul a la même image par les deux fonctions trouvées.
Justifie son affirmation. Détermine ce nombre graphiquement puis par le calcul.

### 2. Par le calcul

**a.** Jean dit qu'il a trouvé une fonction linéaire par laquelle − 8 a pour image 5 et 3 a pour image − 2. Qu'en penses-tu ?

**b.** On cherche une fonction affine $f$ telle que $f(-2) = 5$. Chloé a trouvé les fonctions suivantes :

$$x \longmapsto x^2 + 1 \ ; \quad x \longmapsto x + 7 \ ; \quad x \longmapsto \frac{-5}{2}x \ ; \quad x \longmapsto -2x + 1.$$

Qu'en penses-tu ? Peux-tu en trouver d'autres vérifiant les conditions ?

**c.** $g(4) = -1$ et $g(2) = 3$ avec $g(x) = ax + b$ où $a$ et $b$ sont des nombres réels à trouver.

- Écris un système d'équations dont le couple $(a \ ; b)$ est solution. Résous-le.
- Ahmed dit qu'en utilisant la « proportionnalité des accroissements », il a trouvé la valeur de $a$ très rapidement. Comment a-t-il fait ?
Comment trouver la valeur de $b$ ensuite ?

## Activité 7 : Système d'équations

On considère le système d'équations $\begin{cases} -3x + y = 4 \\ x + 2y = -3 \end{cases}$.

**1.** Montre que si le couple de nombres $(r \ ; s)$ est solution de la première équation alors $s = f(r)$ où $f$ est une fonction que tu préciseras.

**2.** Montre que pour tout couple de nombres $(u \ ; v)$ solution de la deuxième équation, $v = g(u)$ où $g$ est une fonction que tu préciseras.

### 3. Avec la représentation graphique

**a.** Représente graphiquement les fonctions $f$ et $g$ dans un même repère orthogonal.

**b.** Résous graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.

**c.** Que peux-tu en déduire pour le système d'équations ci-dessus ?

**4.** Écris deux systèmes d'équations, l'un n'ayant pas de solution, l'autre en ayant une infinité.