Activités de découverte

Activité 1 : Des situations...

1. Programmes

On considère les programmes de calcul suivants.

Programme A :

- Choisir un nombre ;
- Effectuer le produit de la différence du double du nombre et de 8 par la somme du nombre et de 3 ;
- Annoncer le résultat.

Programme B :

- Choisir un nombre ;
- Calculer son carré ;
- Lui soustraire la somme du nombre de départ et de 12 ;
- Multiplier le résultat par 2 ;
- Annoncer le résultat.

a. Teste ces deux programmes avec comme nombres de départ 4 ; -1 et 1,6.

b. Quelle conjecture peux-tu faire ?

c. Démontre cette conjecture.

2. Impossible ?

Calcule $34\ 356\ 786\ 456 \times 34\ 356\ 786\ 447 - 34\ 356\ 786\ 451^2$.

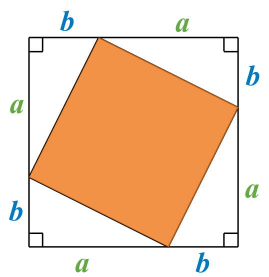
3. Arithmétique

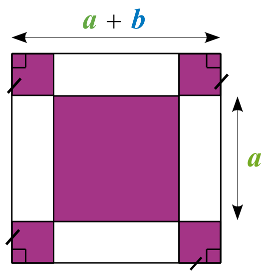
Un entier relatif étant choisi, démontre la propriété suivante :

« Le produit de l'entier qui le précède par l'entier qui le suit, augmenté de 1 est le carré de cet entier. ».

4. Comparaison

Soient deux carrés de côté $a + b$; a et b sont des nombres positifs.



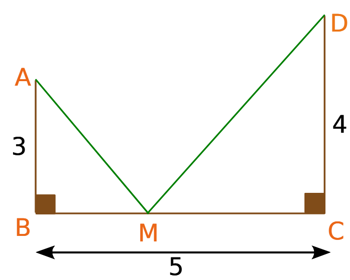


Les quadrilatères violets sont des carrés.

Les aires des surfaces coloriées sont-elles égales ?

5. Inconnue

Calcule à quelle distance de B ou de C doit se trouver le point M sur le segment [BC] pour qu'il soit à égale distance de A et de D.



Activité 2 : Carré d'une somme, d'une différence

1. Carré d'une somme, somme des carrés

a. Calcule $(3 + 6)^2$ et $3^2 + 6^2$.
a et b étant deux nombres, les nombres $(a + b)^2$ et $a^2 + b^2$ sont-ils égaux ?

b. Pour plusieurs valeurs de a et b de ton choix, calcule la différence $(a + b)^2 - (a^2 + b^2)$.
Tu pourras utiliser un tableur.
Cette différence dépend-elle des valeurs que tu as choisies ? Si oui, précise comment.

2. Une identité remarquable : carré d'une somme

a. a et b étant des nombres quelconques, en utilisant $(a + b)^2 = (a + b) \times (a + b)$, développe et réduis $(a + b)^2$.

b. Une illustration géométrique : construis un carré.

Propose un découpage de ce carré permettant, en considérant a et b comme des longueurs de segments, de traduire l'égalité obtenue à la question précédente par une égalité d'aires.

3. Carré d'une différence, deuxième identité remarquable

a. a et b étant des nombres quelconques, développe et réduis $(a - b)^2$.

b. Construis un carré et propose un découpage de ce carré pour donner une interprétation géométrique de cette égalité.

Activité 3 : Produit de la somme par la différence

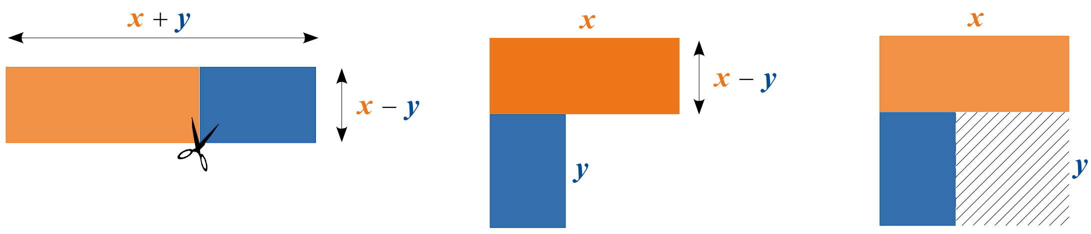
1. Avec des nombres

a. Développe (1 000 − 3)(1 000 + 3). Que remarques-tu ?

Déduis-en, sans utiliser de calculatrice et sans avoir à poser de multiplication, le résultat de 997 × 1 003.

b. Calcule de la même façon 491 × 509.

2. Une illustration géométrique



Les rectangles bleus et oranges sont respectivement superposables ; x et y sont des nombres positifs, de plus x est strictement supérieur à y.

Traduis cette succession de figures par une égalité. Justifie ta réponse.

3. Une identité remarquable de plus

a et b étant des nombres quelconques, développe et réduis $(a + b)(a - b)$.

Activité 4 : Calcul mental

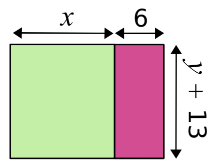
1. Lisa prétend que pour calculer mentalement 15^2, il suffit de faire $10^2 + 5^2$. Abdel, lui, dit qu'il faut rajouter 100 à ce que dit Lisa. Qui a raison ? Justifie ta réponse.

2. Calcule 54^2 sans avoir à poser de multiplication et sans utiliser de calculatrice mais en expliquant ta démarche.

3. En utilisant une identité remarquable, calcule mentalement 199^2. Explique ta démarche.

4. Julie affirme qu'elle peut comparer les quotients $\frac{999\,999}{1\,000\,000}$ et $\frac{1\,000\,000}{1\,000\,001}$ sans utiliser de calculatrice et sans poser de multiplication. Qu'en penses-tu ?

Activité 5 : Factorisations avec facteur commun



1. Un rectangle est divisé en deux comme le montre la figure ci-contre. Exprime son aire de deux manières différentes.

2. Propriété

Recopie et complète : $k \times a + k \times b = ... \times (...... + ...)$ $k \times a - k \times b = ...$
(k, a et b sont des nombres quelconques).
Quelle est la propriété utilisée ? Quelle action réalise-t-on ? Comment appelle-t-on k ?

3. Pour chacune des expressions suivantes et en utilisant la question précédente, indique quelle expression ou quel nombre peut jouer le rôle de k, quelles expressions ou quels nombres peuvent jouer le rôle de a et de b.

A $= 7x + 14$ (remarque : $14 = 7 \times 2$) ; B $= 8y + 7y$; C $= 6ab + 5a$; D $= 6m - 9m^2$;

F $= (7x + 5)(3x + 2) + (7x + 5)(x - 9)$; G $= (x - 4)(3x - 5) - (8x + 7)(3x - 5)$.

Transforme chacune de ces expressions en un produit de facteurs.

4. Écris l'expression $18x^2 + 6x$ sous la forme d'un produit dont un des facteurs est $6x$.

Activité 6 : D'autres factorisations

1. Voici trois expressions développées et réduites : $9x^2 - 4$; $9x^2 - 12x + 4$ et $9x^2 + 12x + 4$.
Voici les expressions factorisées correspondantes : $(3x + 2)^2$; $(3x + 2)(3x - 2)$ et $(3x - 2)^2$.

a. Sans développer, associe chaque forme réduite à sa forme factorisée en expliquant ta démarche.

b. Contrôle tes réponses précédentes en développant les expressions factorisées.

2. On considère les expressions : $25x^2 + 30x + 9$; $4x^2 - 9$ et $x^2 - 8x + 16$.

a. Indique pour chacune d'elles le « type » de l'identité remarquable dont elle peut être la forme développée et réduite : $(a + b)^2$; $(a - b)^2$ ou $(a + b)(a - b)$?

b. Identifie dans chaque cas qui peut « jouer les rôles » de a et de b puis factorise ces expressions. Vérifie tes réponses en les développant.

Activité 7 : Produit nul

On se donne un nombre x et on cherche à évaluer les expressions suivantes :

B = $3x(3x + 6)(x + 3)$ C = $(10x + 7)(x - 5)(x + 3)$ D = $(x + 3)(4x - 1)(x - 3)$

pour différentes valeurs de x et en particulier de trouver les valeurs de x qui rendent nulles ces expressions.

Valeurs de x	B	C	D
− 5			
− 4			
⋮			
4			
5			

1. En utilisant un tableur, programme les formules permettant de calculer B, C et D pour les valeurs entières de x comprises entre -5 et 5.

2. À partir du tableau, donne des valeurs qui annulent B, C et D.

3. En insérant un graphique de type « ligne », combien vois-tu de valeurs de x annulant B, C et D ? On admettra qu'il n'y en a pas d'autre.

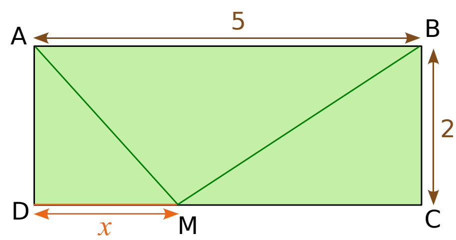
4. Pour aider à la recherche de toutes les valeurs annulant C et D, construis un nouveau tableau pour les valeurs de x comprises entre -1 et 1 avec un pas de 0,1.

5. Donne toutes les valeurs annulant l'expression C.

6. As-tu trouvé toutes celles annulant D ? En construisant un dernier tableau, conclus.

7. En observant attentivement les expressions B, C et D, que remarques-tu sur les valeurs qui annulent chacune d'elles ? Que peux-tu en conclure ?

Activité 8 : Équation produit



On considère un rectangle ABCD tel que :
AB = 5 cm et BC = 2 cm.
M est un point qui se déplace sur [DC].
On pose DM = x.

Il s'agit de déterminer les valeurs de x pour lesquelles le triangle AMB sera rectangle en M.

1. Avec TracenPoche

a. Réalise la figure, M devant être un point du segment [DC].
Fais s'afficher la longueur DM et la mesure de l'angle $\widehat{AMB}$. En déplaçant le point M, détermine une (ou des) valeur(s) possible(s) de x.

b. Trouve une construction géométrique d'un point M appartenant à [DC] tel que AMB soit rectangle en M et déduis-en une condition sur la longueur de [BC] pour l'existence de M.

2. Résolution algébrique

a. À quelle condition sur les longueurs, le triangle AMB est-il rectangle en M ?

b. Dans le triangle ADM, exprime AM^2 en fonction de x. Puis dans le triangle BMC, exprime BM^2 en fonction de x.

c. Traduis alors par une équation la condition vue dans le **a.** et montre que cette équation peut s'écrire $2x^2 - 10x + 8 = 0$.

d. Développe P = $2(x - 1)(x - 4)$.

e. Déduis-en une nouvelle écriture de l'équation vue au **c.** et résous alors cette équation.