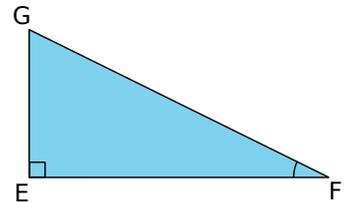


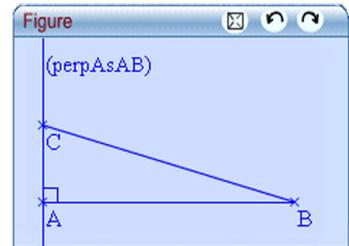
Activité 1 : Un angle aigu

- EFG est un triangle rectangle en E tel que $EG = 4$ cm et $EF = 7$ cm.
- Détermine la mesure de l'angle \widehat{EFG} arrondie au degré.



Activité 2 : Avec le logiciel TracenPoche

Construis un triangle ABC rectangle en A. Place sur le côté [AB] un point M à l'aide du bouton  et construis la perpendiculaire à (AB) passant par M. Nomme N le point d'intersection de cette droite avec le côté [BC].



1. Mesure l'angle \widehat{ABC} en utilisant le bouton  et les côtés [BM] et [BN] à l'aide du bouton .

a. Complète la fenêtre analyse comme ci-contre. Déplace le point M. Qu'en déduis-tu pour BM et BN ?



b. Que faut-il faire pour changer la valeur de $\frac{BM}{BN}$?

De quoi dépend-elle ?

Comment se nomme ce rapport vu en 4° ?

2. Fixe une mesure pour l'angle \widehat{ABC} puis recopie et complète le tableau suivant pour différentes positions de M sur [AB].

$\widehat{ABC} = \dots$	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
MN				
BN				
$\frac{MN}{BN}$				

a. Que peux-tu dire de ton tableau ? Compare ton résultat avec celui de tes camarades.

b. Calcule, dans la fenêtre analyse, le quotient $\frac{MN}{BN}$. Déplace le point M. Que remarques-tu ?

c. Que faut-il faire pour changer cette valeur ? De quoi dépend-elle ?

$\frac{MN}{BN}$ s'appelle le **sinus de l'angle** \widehat{ABC} . On note $\sin \widehat{ABC} = \frac{MN}{BN}$.

3. Fixe une mesure pour l'angle \widehat{ABC} puis recopie et complète le tableau suivant pour différentes positions de M sur [AB].

$\widehat{ABC} = \dots$	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
MN				
BM				
$\frac{MN}{BM}$				

a. Que peux-tu dire de ton tableau ? Compare ton résultat avec celui de tes camarades.

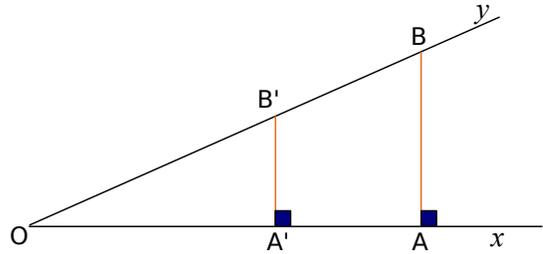
b. Calcule, dans la fenêtre analyse, le quotient $\frac{MN}{BM}$. Déplace le point M. Que remarques-tu ?

c. Que faut-il faire pour changer cette valeur ? De quoi dépend-elle ?

$\frac{MN}{BM}$ s'appelle la **tangente de l'angle** \widehat{ABC} et on note $\tan \widehat{ABC} = \frac{MN}{BM}$.

Activité 3 : Démonstration

- 1.** Sur la figure ci-contre, A et A' sont deux points de la demi-droite [Ox). Les perpendiculaires à [Ox) passant respectivement par A et A' coupent [Oy) en B et B'.



Démontrez que $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{A'B'}{AB}$.

2. Cosinus et sinus d'un angle aigu

- a. Démontrez, à l'aide de l'égalité précédente, que $\frac{OA'}{OB'} = \frac{OA}{OB}$.
- b. Démontrez que $\frac{A'B'}{OB'} = \frac{AB}{OB}$.
- c. La valeur de ces quotients dépend-elle de la position de A' sur [Ox) ? Si non, de quoi dépend-elle ? Concluez.

3. Tangente d'un angle aigu

- a. Démontrez maintenant que $\frac{A'B'}{OA'} = \frac{AB}{OA}$.
- b. De quoi dépend cette valeur ? Concluez.

Activité 4 : Repérons-nous

1. Synthèse

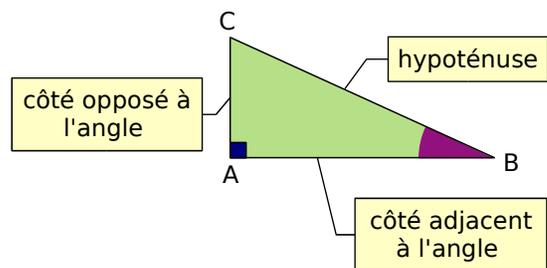
- a. Recopiez et complétez la phrase suivante.

Dans le triangle ... rectangle en ...,

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\text{côté} \dots \dots \text{à} \dots}{\dots}$$

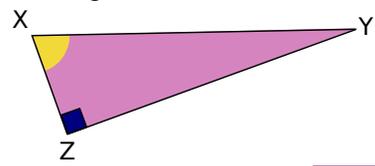
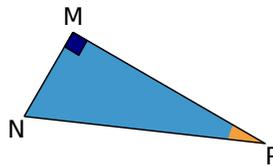
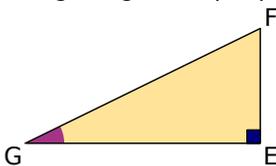
$$\sin \widehat{ABC} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\text{côté} \dots \dots \text{à} \dots}{\dots}$$

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\text{côté} \dots \dots \text{à} \dots}{\text{côté} \dots \dots \text{à} \dots}$$



- b. Reproduisez la figure ci-dessus et marquez l'angle \widehat{ACB} . Repérez alors le côté adjacent à l'angle \widehat{ACB} et le côté opposé à \widehat{ACB} .
- c. Exprimez le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle \widehat{ACB} .

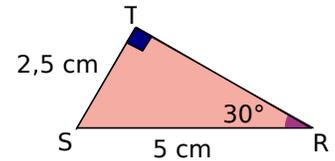
- 2.** Pour chaque triangle ci-dessous, repérez l'hypoténuse, le côté adjacent et le côté opposé de l'angle aigu marqué puis exprimez son cosinus, son sinus et sa tangente.



Activité 5 : À l'aide de la calculatrice

1. Calcul de la mesure d'un angle

a. Quelle est l'hypoténuse du triangle RST rectangle en T ? Que représente le côté [TS] pour l'angle donné ?



b. Écris l'égalité reliant l'angle $\widehat{\text{TRS}}$ et les longueurs SR et TS. Avec ta calculatrice, vérifie que l'unité de mesure d'angle est bien le degré puis calcule $\sin 30^\circ$. Compare avec le résultat trouvé à l'aide de SR et TS.

Retrouve la mesure de l'angle $\widehat{\text{TRS}}$ en utilisant les touches **SHIFT** **SIN⁻¹**.

2. Utilisation de la calculatrice

a. Recopie et complète le tableau suivant. Tu donneras les valeurs arrondies à 0,01 du cosinus, du sinus et de la tangente de l'angle aigu.

Angle x	15°	30°	45°	68°	75°	80°
$\cos x$						
$\sin x$						
$\tan x$						

b. Détermine la mesure de l'angle aigu x arrondie au degré sachant que :

- $\cos x = 0,54$
- $\sin x = 0,7$
- $\tan x = 0,9$
- $\tan x = 2,5$.

Activité 6 : Formules de trigonométrie

1. Recopie et complète le tableau suivant.

Angle x	$\cos x$	$\sin x$	$(\cos x)^2$	$(\sin x)^2$	$(\cos x)^2 + (\sin x)^2$
20°					
35°					
57°					

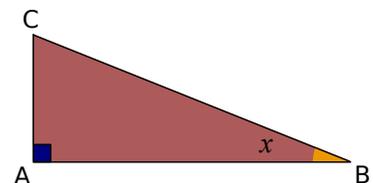
Que remarques-tu ?

2. Une preuve

a. Dans le triangle ABC rectangle en A, exprime AB et AC en fonction de x et de BC.

b. Prouve que $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

c. Dédus-en la valeur de $(\cos x)^2 + (\sin x)^2$.



3. Une autre formule

a. Exprime $\tan x$ dans le triangle ABC rectangle en A.

b. En remplaçant AB et AC par les expressions trouvées au 2. a., trouve l'expression de la tangente d'un angle aigu en fonction de son sinus et de son cosinus.

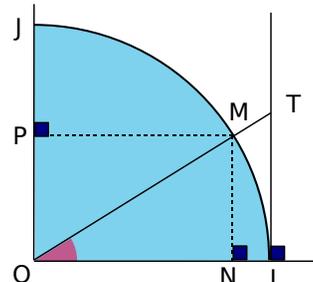
c. Sachant que $\cos x = 0,6$, détermine la valeur exacte de $\sin x$ puis celle de $\tan x$.

Activité 7 : Le quart de cercle trigonométrique

Sur une feuille de papier millimétré, reproduis la figure en prenant le décimètre comme unité pour OI. Tu placeras O en bas à gauche de ta feuille.

1. Coordonnées du point M

- Calcule $\cos \widehat{MOI}$ et $\sin \widehat{MOI}$.
- Déduis-en les coordonnées de M dans le repère (O, I, J) en fonction de l'angle \widehat{MOI} .
- Exprime IT en fonction de l'angle \widehat{MOI} .

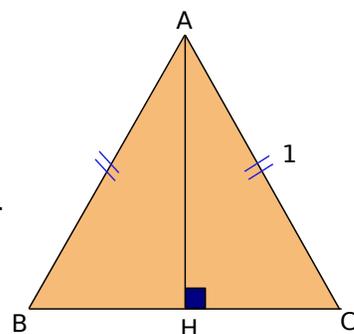


2. Applications

- Construis un angle $\widehat{M_1OI}$ mesurant 50° puis lis sur la figure des valeurs approchées à un centième près de $\sin 50^\circ$, de $\cos 50^\circ$ et de $\tan 50^\circ$.
- Construis un angle $\widehat{M_2OI}$ sachant que $\cos \widehat{M_2OI} = 0,4$. Détermine la valeur de $\sin \widehat{M_2OI}$ puis une mesure de l'angle $\widehat{M_2OI}$ à un degré près.
- On sait que $\sin x = 0,5$. À l'aide du graphique, détermine $\cos x$ à un centième près puis une mesure de x à un degré près.
- Peux-tu déterminer $\tan 75^\circ$ à l'aide du graphique ?

3. Premier cas particulier : un angle de 60°

- Quels polygones ont tous leurs angles égaux à 60° ?
- Considérons le triangle ABC équilatéral de côté 1 unité. Que peux-tu dire de H ? Justifie ta réponse. Déduis-en la longueur de [BH].
- Calcule la longueur exacte de [AH].
- Dans le triangle ABH rectangle en H, calcule les valeurs exactes de $\cos 60^\circ$, de $\sin 60^\circ$ et de $\tan 60^\circ$.
- Sur la figure du 2., lis des valeurs approchées de $\cos 60^\circ$, de $\sin 60^\circ$ et de $\tan 60^\circ$.
- À l'aide de ta calculatrice, compare ces valeurs avec les valeurs exactes du d..
- Quelles sont alors les valeurs exactes du cosinus, du sinus et de la tangente d'un angle mesurant 30° ?



4. Deuxième cas particulier : un angle de 45°

- Le triangle EFG est rectangle en E et l'angle \widehat{EFG} mesure 45° . Précise la nature de ce triangle. Justifie.
- On pose $EF = 1$ unité. Calcule la valeur exacte de FG.
- Calcule les valeurs exactes de $\cos 45^\circ$, de $\sin 45^\circ$ et de $\tan 45^\circ$.
- Sur la figure du 2., construis un angle de 45° et lis des valeurs approchées de $\cos 45^\circ$, $\sin 45^\circ$ et $\tan 45^\circ$.
- À l'aide de ta calculatrice, compare ces valeurs avec les valeurs exactes du c..

