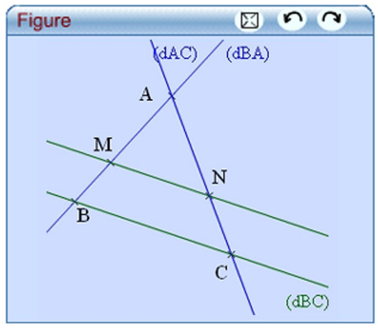
Activités de découverte

Activité 1 : Théorème de Thalès

1. Avec le logiciel TracenPoche



a. Place trois points distincts A, B et C, non alignés.
Trace les droites (AB), (BC) et (CA).
Place un point M sur la droite (AB) puis construis la droite parallèle à la droite (BC) passant par le point M. Appelle N le point d'intersection de cette droite avec la droite (AC).

b. Quelles sont les différentes possibilités pour la position du point M ? Pour chacune d'elles, fais un dessin sur ton cahier.

c. En utilisant le bouton , affiche les longueurs AM, AB, AN, AC, MN et BC sur la figure.
Dans la fenêtre *Analyse*, saisis les expressions ci-contre puis appuie sur la touche F9. Que remarques-tu lorsque M décrit chacune des positions définies au **b.** ?

Analyse
calc(AM/AB)=
calc(AN/AC)=
calc(MN/BC)=

2. 1^er^ cas : M appartient au segment [AB]

a. Que peux-tu dire des longueurs des côtés des triangles AMN et ABC ?

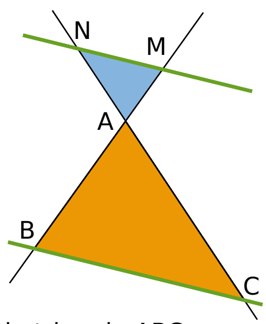
b. Applique alors le théorème vu en quatrième pour justifier ce résultat.

3. 2^e^ cas : M appartient à la demi-droite [AB) mais pas au segment [AB]

a. En te plaçant dans le triangle AMN, démontre que les quotients $\frac{AB}{AM}$, $\frac{AC}{AN}$ et $\frac{BC}{MN}$ sont égaux.

b. Qu'en déduis-tu pour les quotients $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$? Justifie.

4. 3^e^ cas : M appartient à la droite (AB) mais pas à la demi-droite [AB)



a. Trace un triangle ABC. Place un point M appartenant à la droite (AB) sans appartenir à la demi-droite [AB).
Construis la parallèle à la droite (BC) passant par M. Elle coupe la droite (AC) en N.
Construis le point M' symétrique du point M par rapport au point A et le point N' symétrique du point N par rapport au point A.

b. Montre que les droites (MN) et (M'N') sont parallèles.
Déduis-en que les droites (BC) et (M'N') sont parallèles.

c. Applique la propriété de proportionnalité des longueurs dans le triangle ABC.

d. Que peux-tu dire des longueurs AM et AM' ? Des longueurs AN et AN' ? Des longueurs MN et M'N' ? Justifie.

e. En utilisant les questions **c.** et **d.**, montre que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

5. Conclusion

Recopie et complète le théorème (appelé théorème de Thalès) :

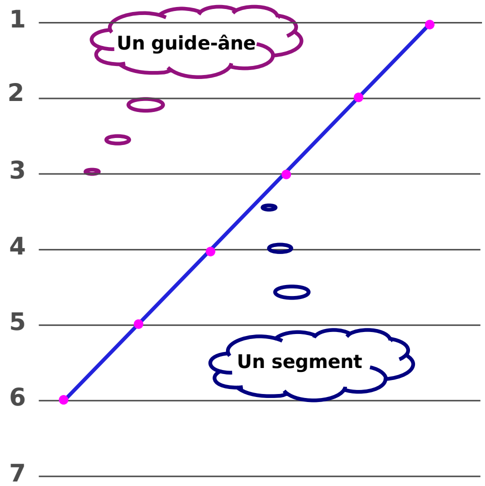
Soient (....) et (....) deux droites sécantes en A.
Si les droites .... et .... sont .... alors .... .

Activité 2 : Avec un guide-âne

1. Construction

Sur une feuille blanche, trace une série de 15 droites parallèles espacées de 1 cm : cet outil s'appelle un guide-âne.
Ce nom fait référence à l'âne qui tirait les barges le long des bords parallèles des rivières. La corde tendue suivait un chemin parallèle aux bords de la rivière.

2. Explication



a. On a placé un segment sur le guide-âne, explique ce qui lui arrive. Trace cette figure puis complète-la pour pouvoir le démontrer.

b. À ton avis, quel est l'intérêt d'un tel outil ?

3. Utilisation

a. Sur une feuille de papier calque, trace un segment [AB] de 5 cm de longueur.
Utilise le guide-âne pour couper ce segment en trois segments de même longueur.
Place un point M sur le segment [AB] tel que $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$.

b. Avec ce guide-âne, peux-tu partager le segment [AB] en sept segments de même longueur ? Pourquoi ? Que faudrait-il pour que tu puisses le faire ?

c. Trace un segment [CD] de 8 cm de longueur sur la feuille de papier calque puis partage-le en sept segments de même longueur. Place alors un point P sur la droite (CD) tel que $\frac{CP}{CD} = \frac{6}{7}$. Que remarques-tu ?

d. Trace un segment [EF] de 6,3 cm de longueur. Place un point R sur la droite (EF) tel que $\frac{ER}{EF} = \frac{5}{3}$. Où se trouve le point R ?

4. Avec le logiciel TracenPoche

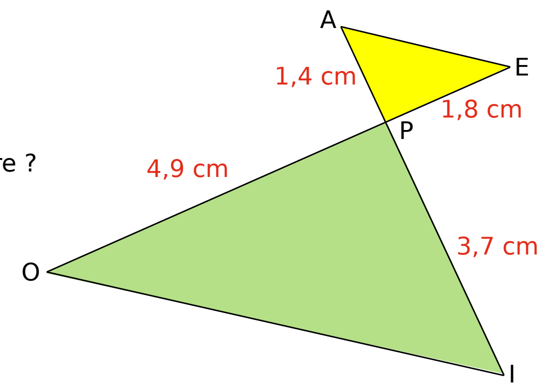
a. Trace un segment [AB]. À l'aide du bouton , partage le segment [AB] en cinq segments de même longueur. Explique comment tu procèdes.

b. Sur quels éléments du guide-âne peux-tu jouer ?
Quel est l'intérêt d'un tel outil ?

Activité 3 : Papillon ?

Que peux-tu démontrer à partir de cette figure ?

Quel théorème utilises-tu ?

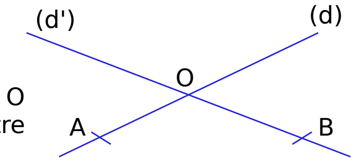


Activité 4 : Réciproque

1. Une conjecture

a. Énonce la réciproque du théorème de Thalès.
Le but est maintenant de savoir si elle est vraie ou fausse.

b. Sur ton cahier, trace deux droites (d) et (d') sécantes en O puis place les points A et B comme sur la figure ci-contre avec OA = 9 cm et OB = 8 cm.



Dans la suite de cette partie, on considère que **les points O, M, A d'une part et les points O, N, B d'autre part sont alignés dans le même ordre**. Les différentes positions du point M seront successivement nommées M_1, M_2, M_3 et celles du point N seront successivement nommées N_1, N_2, N_3.

c. Place les points M_1 sur [OA] et N_1 sur [OB] tels que $\dfrac{OM_1}{OA} = \dfrac{3}{5}$ et $\dfrac{ON_1}{OB} = \dfrac{3}{5}$.
Que remarques-tu ?

d. Place les points $M_2 \in$ [OA] et $N_2 \in$ [OB] tels que $\dfrac{OM_2}{OA} = \dfrac{ON_2}{OB} = \dfrac{5}{4}$. Que remarques-tu ?

e. Dans cette question, $M_3 \in$ (OA) mais $M_3 \notin$ [OA] et $N_3 \in$ (OB) mais $N_3 \notin$ [OB].
Complète la figure précédente en plaçant les points M_3 et N_3 tels que $\dfrac{OM_3}{OA} = \dfrac{ON_3}{OB} = \dfrac{1}{2}$.
Que remarques-tu ?

f. Cette réciproque semble-t-elle vraie ou fausse ?

2. Démonstration

On suppose que les droites (MA) et (NB) sont sécantes en O, que les points O, M, A d'une part et les points O, N, B d'autre part sont alignés dans le même ordre et que $\dfrac{OM}{OA} = \dfrac{ON}{OB}$.

On appelle K le point d'intersection de (OB) et de la parallèle à (AB) passant par M.

a. Si M appartient à [OA], où se trouve le point K ? Fais un dessin.
Et si M appartient à (OA) mais pas à [OA] ? Fais un dessin.

b. Dans quelle configuration peux-tu appliquer le théorème de Thalès ? Écris alors les égalités de quotients.

c. Qu'en déduis-tu pour les rapports $\dfrac{ON}{OB}$ et $\dfrac{OK}{OB}$? Justifie.

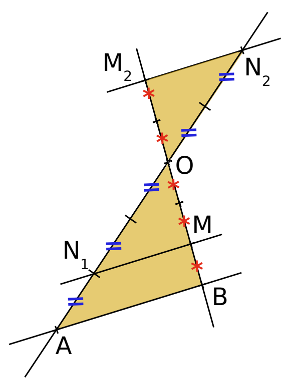
d. Que peux-tu conclure pour les point K et N ?

e. Que peux-tu dire alors des droites (MN) et (AB) ?

f. Qu'en conclus-tu ?

3. Attention à la position des points

On considère la figure ci-contre.



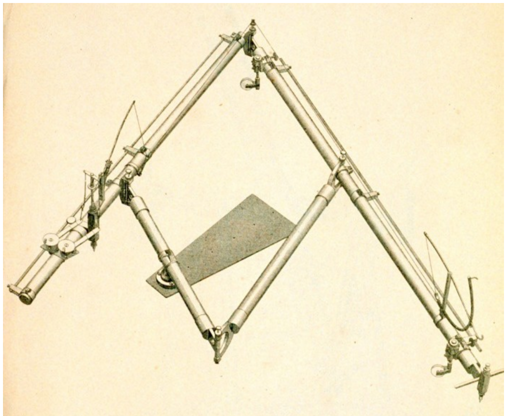
a. Que valent les rapports $\dfrac{OM}{OB}$, $\dfrac{ON_1}{OA}$ et $\dfrac{ON_2}{OA}$? Qu'en déduis-tu ?

b. Que dire des droites (MN_1) et (AB) ? Justifie.

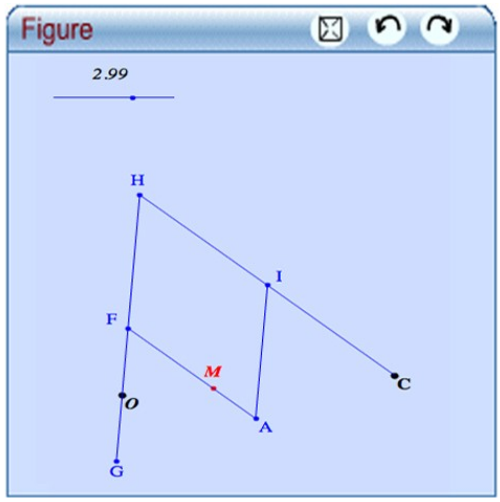
c. Que dire des droites (MN_2) et (AB) ?
Quelle condition de la réciproque du théorème de Thalès n'est pas respectée ? Conclus.

Activité 5 : Avec un pantographe

1. Description et utilisation



Source Wikimedia Commons.
Domaine public.



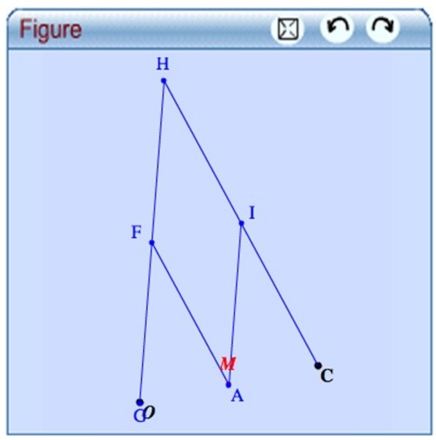
a. Voici ci-dessus la photo d'un pantographe. À ton avis, à quoi cet objet peut-il servir ?

b. Dans le logiciel TracenPoche, on a simulé un pantographe virtuel (voir ci-dessus).

Déplace le point M. Que se passe-t-il ? (Pour faire plusieurs tentatives, appuie sur la touche F9.)

c. Que se passe-t-il si on modifie la valeur avec le curseur ? À quoi cette valeur correspond-elle ?

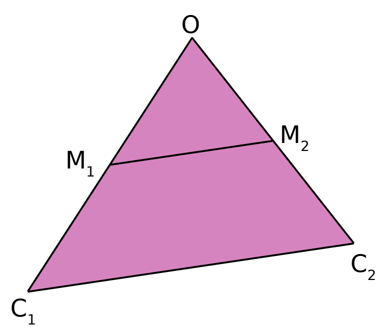
2. Démonstration dans un cas simple



a. On se place dans le cas où le point M se retrouve sur le point A. Que se passe-t-il dans ce cas ? C'est ce que nous allons démontrer.

b. Sachant que les points O, M et C sont alignés, que F est le milieu de [OH] et que FHIM est un parallélogramme, démontre que M est le milieu de [OC].

c. Voici les positions finales et initiales du point M quand il parcourt un segment [M_1M_2].
Code la figure et démontre que C_1C_2 est le double de M_1M_2.



script Tep de l'activité 5 :

```
 @options;
  repereortho(280,333,30,1,1){ 0 , moyen , noir , num1 ,i};

@figure;
  O = point( -6.37 , -1.83 )  { noir , rond3 , gras , italique };
  M = point( -3.63 , -1.27 )  { rouge , trace , rond2 , gras , italique ,
(-0.35,-0.94) };
  T1 = point( -8.36 , 9.31 )  { i };
  T2 = point( -4.87 , 9.31 )  { i };
  sT1T2 = segment( T1 , T2 );
  T3 = pointsur( sT1T2 , 0.01 )  { rond2 , sansnom };
  var a1 = 2.5*T1T3/T1T2 { 0.0250000000000003 };
  varsi a = [a1<0.02,0.02,a1] { 0.0250000000000003 };
  texte1 = texte( -109 , 6.4 ,"AM=a=$a$")  { noir , dec2 };
  var b = (10*a)/(a+5) { 0.049751243781095 };
  var k = 10/(5-a) { 2.01005025125628 };
  varsi k1 = [a1<0.1,2,k] { 2 };
  h_O = homothetie( O , k )  { noir };
  C = image( h_O , M )  { noir , trace , rond3 , gras };
  cerayMa = cerclerayon( M , a )  { i };
  cerayOb = cerclerayon( O , b )  { i };
  M' = symetrique( C , M )  { i };
  var a' = 2a { 0.0500000000000005 };
  cerayM'a' = cerclerayon( M' , a' )  { i };
  G = intersection( cerayOb , cerayM'a' , 1 )  { rond2 , (-0.26,0.07) };
  demiCG = demidroite( C , G )  { i };
  A = intersection( demiCG , cerayMa , 2 )  { rond2 };
  demiGO = demidroite( G , O )  { i };
  demiAM = demidroite( A , M )  { i };
  F = intersection( demiGO , demiAM )  { rond2 , (-0.69,-0.64) };
  H = symetrique( G , F )  { rond2 , (-0.33,-0.85) };
  sHC = segment( H , C );
  I = milieu( H , C )  { rond2 , (0.16,-0.64) };
  sAI = segment( A , I );
  sGH = segment( G , H );
  sFA = segment( F , A );
```

texte11 = texte(-7.3 , 10.5 ,"$k1$") { noir , dec2 , italique };