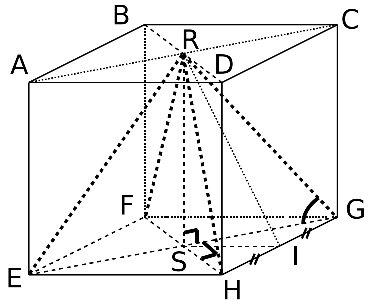
Pyramides dans un cube



Cette figure est commune aux exercices 1, 2 et 3 qui peuvent être traités de manière indépendante.

ABCDEFGH est un cube. R est l'intersection des diagonales du carré ABCD. REFGH est une pyramide à base carrée de hauteur [RS]. I est le milieu de [HG].

1 *Avec les dimensions du cube : AB = 6 cm*

a. Quel est le volume de REFGH ?

b. Que peux-tu dire du triangle SHG ?

c. Calcule la longueur de [SG] arrondie au mm.

d. Que peux-tu dire du triangle SRG ?

e. Calcule la longueur de [RG] arrondie au mm.

f. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{SGR}$ arrondie au degré.

g. On admet que RSI est un triangle rectangle en S et que SI = 3 cm. Calcule la valeur exacte de RI.

h. Calcule l'aire du triangle RHG de hauteur [RI] relative à [HG] puis l'aire latérale de la pyramide REFGH, arrondies au mm².

2 *Avec le volume de la pyramide*

On suppose que le volume de REFGH est 9 cm^3.

a. Quel est le volume de ABCDEFGH ?

b. On rappelle que $3^3 = 27$. Quelle est la mesure de l'arête du cube ABCDEFGH ?

c. Calcule le volume de RCDHG.

d. Calcule le rapport entre le volume de la pyramide RCDHG et celui du cube ABCDEFGH.

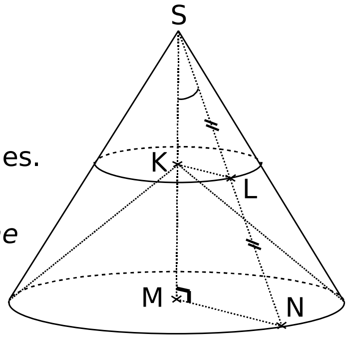
3 *Vrai ou faux ?*

Si on double le côté du cube ABCDEFGH alors le volume de la pyramide REFGH double aussi.	
Si on diminue de moitié la longueur du cube ABCDEFGH alors la mesure de l'angle $\widehat{SGR}$ diminue de moitié.	
Le volume de la pyramide REFGH vaut le double de celui de la pyramide RABFE.	
Les triangles RFG et REH ont la même aire.	
Les triangles RHD et RFB sont symétriques par rapport à la droite (RS).	

Cônes de révoluton

Sur cette figure :
SM = 9,6 cm ;
MN = 7,2 cm ;
L est le milieu de [SN] et
(KL) et (MN) sont parallèles.

Cette figure est commune aux exercices 4 et 5.



4 *Calculs sur le cône de révolution*

a. Calcule le volume du cône de révolution de sommet S, de base le disque de centre M et de rayon MN. Donne la valeur exacte en fonction de π et la valeur arrondie au cm^3.

....
....
....
....

b. Que représente le segment [SN] pour le cône précédent ? Calcule sa longueur.

....
....
....
....

c. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{MSN}$, arrondie au degré.

....
....
....

d. Prouve que SK = 4,8 cm et que KL = 3,6 cm.

....
....
....
....
....
....

e. Calcule le volume du cône de révolution de sommet S, de base le disque de centre K et de rayon [KL]. Donne la valeur exacte en fonction de π et la valeur arrondie au cm^3.

....
....
....
....

5 *Vrai ou faux ?*

Les points S, M et N sont sur un même cercle de centre L.	
Le volume du cône de révolution de sommet K, de base le disque de centre M et de rayon [MN] vaut la moitié du volume du cône de révolution de sommet S, de base le disque de centre M et de rayon [MN].	
Si on double les longueurs SM et MN, la mesure de l'angle $\widehat{MSN}$ ne change pas.	
L'aire du trapèze rectangle KLNM vaut la moitié de l'aire du triangle SMN.	

Exercices d'application

6 *Calculs de volumes de cône de révolution*

a. Calcule le volume d'un cône de révolution généré en faisant tourner un triangle ABC, rectangle en A, autour de (AB). On donne BC = 13 cm et AC = 3 cm. Donne la valeur arrondie au cm^3.

Schéma :

....
....
....
....
....
....
....

....
....
....
....
....

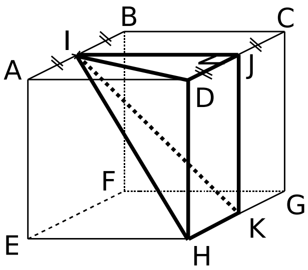
b. Quel est le volume du cône de révolution généré en faisant tourner un triangle DEF isocèle en D autour de (DI), I étant le milieu de [EF] et sachant que EF = 14 cm et DI = 8 cm ? Donne la valeur exacte en fonction de π puis la valeur arrondie au cm^3.

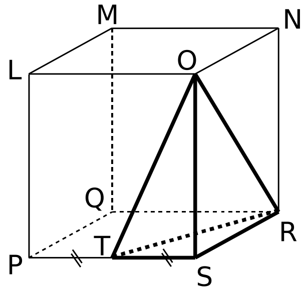
Schéma :

....
....
....
....
....

....
....
....

7 *Avec un cube ou un pavé droit !*





a. ABCDEFGH est un cube de côté 8 cm. Calcule le volume exact de la pyramide IJDHK.

....

....

b. LMNOPQRS est un pavé droit (LM = 5 cm ; LO = 5,6 cm et LP = 8,6 cm). Calcule le volume exact de la pyramide ORST.

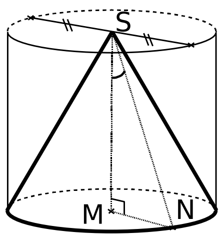
....

....

....

8 *Volume de cône et de cylindre de révolution*

a. Calcule le volume, arrondi au cm^3, du cône de révolution de sommet S, de base le disque de centre M et de rayon MN lorsque SM = 9 cm et MN = 5 cm.



....

....

....

b. Calcule le volume (arrondi au cm^3) du cylindre de révolution de hauteur [SM], de base le disque de centre M et de rayon MN lorsque SN = 6 cm et que $\widehat{MSN} = 35°$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

9 *Sans le dessin*

a. Le diamètre de la base d'un cône de révolution est 6 cm et son volume est 24π cm^3. Calcule l'aire exacte de sa base et la hauteur de ce cône.

....

....

....

....

....

b. Le volume d'un cône de révolution est 32π cm^3 et sa hauteur est 6 cm. Calcule l'aire exacte et le rayon de sa base.

....

....

....

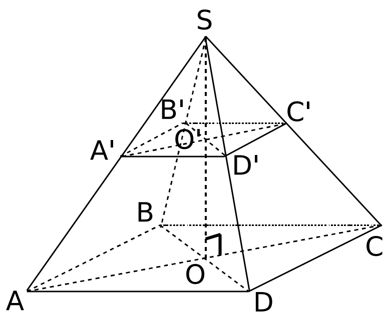
....

....

....

10 *Réduction*

SABCD est une pyramide à base carrée.
La base ABCD de centre O est parallèle à la base A'B'C'D' de centre O' de la pyramide SA'B'C'D'.
AB = 10 cm ; SO = 8 cm et SO' = 5 cm.



a. Calcule le volume de la pyramide SABCD.

....

....

....

b. SA'B'C'D' est une réduction de la pyramide SABCD. Calcule le volume de cette pyramide arrondi au cm^3.

....

....

....

....

....

....

11 *Extrait du brevet (Polynésie)*

L'unité de longueur est le mètre.

Première partie

Un triangle isocèle SAB est tel que SA = SB = 6 et AB = 8.

a. Construire ce triangle à l'échelle $\frac{1}{200}$. Justifier.

Dans une réduction, les longueurs ....

....

....

b. Tracer la hauteur qui passe par le sommet S. Cette hauteur coupe le côté [AB] au point I. Expliquer pourquoi IA = 4.

....

....

....

....

....

....

....

c. Calculer la valeur arrondie au degré de l'angle $\widehat{IAS}$.

....

....

....

....

d. Le point A' est au milieu du côté [SA] et le point B' est le milieu du côté [SB].
Démontrer que les droites (A'B') et (AB) sont parallèles.

Données :...

....

Propriété : ....

....

....

Conclusion : ....

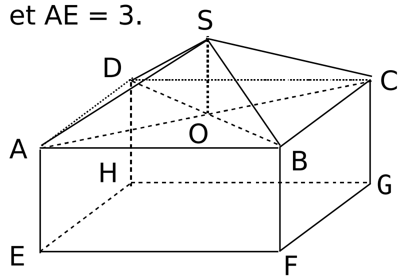
Deuxième partie

On rappelle que l'unité de longueur est le mètre.

Un «fare potee» a la forme d'un parallélépipède rectangle surmonté d'un toit pyramidal.

On a AB = 8 ; SA = 6 et AE = 3.

Ce «fare potee» est représenté ci-contre par le pavé droit ABCDEFGH et la pyramide régulière SABCD de base carrée.



On donnera les valeurs arrondies au centimètre.

a. ABCD est un carré de centre O. Calculer AO.

....

....

....

....

....

....

....

....

b. Sachant que le triangle SOA est rectangle en O, calculer SO.

....

....

....

....

....

....

c. Pour la suite du problème, on prendra SO = 2.

Calculer le volume V_1 du parallélépipède rectangle ABCDEFHG.

....

....

Calculer le volume V_2 de la pyramide SABCD.

....

....

....

....

En déduire le volume V_3 de ce «fare potee».

....

....